ПОЛЯРИТОНЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ

Э.Р. ГУСЕЙНОВ, Р.Р. ГУСЕЙНОВ
Институт Физики АН Азербайджана
370143, Баку, пр. Г. Джавида, 33
(Поступило 15.04.96)

Рассмотрена возможность распространения в полупроводниковой сверхрешетке электромагнитных волн-поляритонов с частотами, близкими к экситонным. Найдены решения уравнений Максвелла с учетом электромагнитного отклика среды, и получен спектр ТЕ и ТМ-поляритонов.

В работе [1] на основе результатов [2] было показано, что в полупроводниковых пленках, толщина которых меньше эффективного радиуса основного состояния экситонов, а диэлектрическая проницаемость много больше диэлектрической проницаемости окружающей пленку среды, силы осцилляторов экситонов резко возрастают с уменьшением толщины пленки. В окрестности экситонных линий при этом увеличивается отражательная способность пленки, и создаются условия для распространения локализованных вблизи пленки электромагнитных волн-поляритонов.

С другой стороны, в работах [3-4] рассмотрены экситонные состояния в специальным образом устроенной полупроводниковой сверхрешетке, состоящей из чередующихся слоев малой толщины d с большой диэлектрической проницаемостью ε и большой толщины a с малой диэлектрической проницаемостью ε_1. Было показано, что экситонные состояния в тонких слоях аналогичны рассмотренным в [2], и зависимость энергии и радиуса основного состояния от толщины слоя в основном такая же, как в [2].

Такая аналогия позволяет рассмотреть возможность распространения в сверхрешетке ($d<<a$, $\varepsilon>>\varepsilon_1$) электромагнитных волн-поляритонов с частотами, близкими к экситонным.

Следуя работе [1], запишем вклад экситонного перехода в слоях типа d в электромагнитный отклик сверхрешетки на поле с частотой ω и проекцией на плоскость слоя волнового вектора $\vec{k}$ в виде плотности наведенного тока:

$$j_\alpha(\vec{k},\omega;z) = -i\omega\Lambda_{\alpha\beta}\chi_{\mathcal{E}\omega}\bar{E}_\beta 2\sin^2\frac{\pi z}{d} \quad , \quad (1)$$

$$\chi_{\mathcal{E}\omega} = \frac{1}{\varepsilon}\left(\frac{e^2}{\mathcal{E}_{\mathcal{E}}d}\right)^2 m|V_{cv}|^2\frac{2\mathcal{E}_{\mathcal{E}}}{\mathcal{E}_{\mathcal{E}}^2-(\hbar\omega)^2} \quad , \quad (2)$$

$$\bar{\vec{E}} = \frac{2}{d}\int_{-d}^{0}\vec{E}(\vec{k},\omega;z)\sin^2\frac{\pi z}{d}dz \; . \quad (3)$$

Здесь $\vec{E}$ - электрическое поле, z - координата нормальная к плоскости слоев, начало координат расположено на границе слоев типа d (слева) и a (справа) в "нулевой ячейке" сверхрешетки, $\mathcal{E}_{\mathcal{E}}$ - энергия экситона, V_{cv} - матричный элемент оператора скорости для перехода из валентной зоны в зону проводимости, функции $\sqrt{\frac{2}{d}}\sin\frac{\pi z}{d}$ описывают размерно квантованное поперечное движение электронов и дырок в слоях типа d. Безразмерные коэффициенты $\Lambda_{\alpha\beta}\sim 1$ характеризуют поляризационные свойства экситонного перехода и зависят от симметрии c и v -зон. Для простоты будем считать материалы слоев сверхрешетки оптически изотропными. Тогда $\Lambda_{\alpha\beta}$ - диагональная матрица, причем

$$\Lambda_{xx} = \Lambda_{yy} = \Lambda_{\parallel} \text{ и } \Lambda_{zz} = \Lambda_{\perp}$$

Мы ищем волны вида:

$$\vec{E}(\vec{\rho},t;z) = \vec{E}(\vec{k},\omega;z)\,e^{i(\vec{k}\vec{\rho}-\omega t)}$$

и аналогично - для магнитного поля, причем $\vec{\rho}$ - двумерный вектор в плоскости слоев. Тогда уравнения Максвелла могут быть записаны для амплитуд полей $\vec{E}(\vec{k},\omega;z)$ и $\vec{H}(\vec{k},\omega;z)$, которые далее мы будем писать просто как $\vec{E}$ и $\vec{H}$.

Рассмотрим две независимые поляризации - поперечно-электрическую (ТЕ) и поперечно-магнитную (ТМ).

1. Поперечно-электрические (ТЕ) поляритоны.

В этой поляризации $\vec{E}$ направлено по оси x, т.е. $\vec{E}(E_x,0,0)$, а $\vec{H}$ имеет две отличные от нуля компоненты, т.е. $\vec{H}(0,H_y,H_z)$. Не ограничивая общности, можно направить ось y по $\vec{k}$ и, таким образом, двумерный вектор $\vec{k}$ имеет только одну отличную от нуля компоненту $\vec{k}(0,k)$.

Система уравнений Максвелла в слоях типа d имеет следующий вид:

$$\frac{dE_x}{dz} = \frac{i\omega}{c}H_y \quad (4)$$

$$kE_x = -\frac{\omega}{c}H_z \quad (5)$$

$$ikH_z - \frac{dH_y}{dz} = -\frac{i\omega}{c}\varepsilon E_x + \frac{4\pi}{c}j_x \quad (6)$$

В слоях типа a в уравнении (6) не будет плотности тока j_x и вместо ε будет ε_1. Из уравнений (4)-(6) легко получается уравнение второго порядка для одной неизвестной функции E_x:

$$\frac{d^2E_x}{dz^2}+\text{æ}^2E_x=-i\frac{4\pi\omega}{c^2}j_x \qquad -d<z<0 \qquad (7)$$

$$\frac{d^2E_x}{dz^2}+\text{æ}_1^2E_x=0 \qquad 0<z<a \qquad (8)$$

где $\text{æ}^2=\varepsilon\frac{\omega^2}{c^2}-k^2$, $\text{æ}_1^2=\varepsilon_1\frac{\omega^2}{c^2}-k^2$.

Действуя так же, как и в работе [5], найдем общее решение уравнений (8) и (7) без правой части в "нулевой ячейке" и, затем распространим его с помощью теоремы Флоке [6] на всю сверхрешетку. В "нулевой ячейке":

$$E_x=\begin{cases}A_1e^{i\text{æ}_1z}+A_2e^{-i\text{æ}_1z} & 0<z<a\\ B_1e^{i\text{æ}z}+B_2e^{-i\text{æ}z} & -d<z<0\end{cases}$$

В произвольной ячейке номера N:

$$E_x^{(1,2)}(z+N(a+d))=e^{ik_z^{(1,2)}(a+d)N}E_x(z) \qquad (9)$$

Условие ограниченности решений (9) на $\pm\infty$ по N требует, чтобы константы $k_z^{(1,2)}$ были действительными, а из симметрии следует, что $k_z^{(1,2)}=\pm k_z$, $k_z>0$. Таким образом, общее решение однородного уравнения для E_x во всей сверхрешетке есть:

$$\begin{aligned}&E_x(z+N(a+d))=\\&=e^{ik_z(a+d)N}E_x^{+}(z)+e^{-ik_z(a+d)N}E_x^{-}(z)\end{aligned}, \qquad (10)$$

где $E_x^{\pm}(z)$ - решения в "нулевой" ячейке, отличающиеся значениями констант ($A_{1,2}^{\pm}$ и $B_{1,2}^{\pm}$). Конечно эти константы не все независимы, и число их будет сокращено до двух (как и положено для общего решения уравнения второго порядка) применением условий сшивания решений уравнений (7) и (8) на границах слоев.

Частное решение уравнения (7) в слоях типа d легко может быть найдено методом вариации произвольной постоянной. Оно имеет следующий вид:

$$E_x^0=-\frac{4\pi\omega^2}{c^2}\Lambda_{||}\chi_{E\omega}\overline{E}_x\left[\frac{1}{\text{æ}^2}+\frac{d^2\cos\frac{2\pi}{d}z}{(2\pi)^2-\text{æ}^2d^2}\right] \qquad (11)$$

Если теперь к решению (10) в слоях типа d прибавить (11), то мы получим общее решение во всей сверхрешетке с учетом наведенного тока в слоях d. Вычисляя затем $\overline{E}_x$ (см.(3)), можно убедиться, что это общее решение представляется в виде суммы двух линейно-независимых решений, пропорциональных $\exp[\pm ik_z(a+d)N]$ соответственно. Эти два решения должны сшиваться независимо на границах слоев. Сшиваться должны тангенциальные составляющие полей, т.е. E_x и H_y. При этом, согласно уравнению (5), непрерывность H_z обеспечивается автоматически.

Условия сшивания при $z=0$ дают возможность выразить $B_{1,2}^{\pm}$ через $A_{1,2}^{\pm}$, а на границе двух "ячеек" при $z=a$ дают две линейные однородные системы уравнений для $A_{1,2}^{+}$ и $A_{1,2}^{-}$ соответственно. Условия разрешимости обеих систем приводят к одному и тому же дисперсионному уравнению, связывающему ω, k и k_z. Для достаточно малых значений d и для частот, близких к экситонной $\hbar\omega_0=\mathcal{E}_0$, можно считать параметр $\text{æ}d$ малым. Кроме того, как отмечено выше, мы считаем $\varepsilon>>\varepsilon_1$ и, следовательно, $\text{æ}>>\text{æ}_1$. В этих условиях дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\cos k_z(a+d)\approx\cos\text{æ}_1a-\frac{1}{2}\text{æ}d\frac{\tilde{\varepsilon}_{||}}{\varepsilon}\frac{\text{æ}}{\text{æ}_1}\sin\text{æ}_1a, \qquad (12)$$

где обозначено

$$\tilde{\varepsilon}_{||}=\varepsilon+4\pi\Lambda_{||}\chi_{E\omega}. \qquad (13)$$

При этом $\quad A_2^{+}=\gamma A_1^{+}, \quad A_1^{-}=\gamma^{*}A_2^{-}, \qquad (14)$

$$B_{1,2}^{+}=\frac{1}{2}\frac{\tilde{\varepsilon}_{||}}{\varepsilon}(1+\gamma)A_1^{+}, \quad B_{1,2}^{-}=\frac{1}{2}\frac{\tilde{\varepsilon}_{||}}{\varepsilon}(1+\gamma^{*})A_2^{-}, \qquad (15)$$

$$\gamma=-\frac{e^{ik_z(a+d)}-e^{i\text{æ}_1a}}{e^{ik_z(a+d)}-e^{-i\text{æ}_1a}}. \qquad (16)$$

Таким образом, общее решение уравнений (4)-(6), удовлетворяющее граничным условиям на всех границах слоев сверхрешетки и конечное при $N\to\pm\infty$ есть:

$$\begin{aligned}&E_x(z+N(a+d))=\\&=Ae^{ik_z(a+d)N}E_x(z)+Be^{-ik_z(a+d)N}E_x^{*}(z)\end{aligned}, \qquad (17)$$

где

$$E_x(z)=\begin{cases} e^{i\ae_1 z}+\gamma e^{-i\ae_1 z} & 0\le z\le a \\ \dfrac{\tilde{\varepsilon}_{\|}}{\varepsilon}(1+\gamma)\left[\cos\ae z+\Delta(z)\right], & -d\le z\le 0 \end{cases} \tag{18}$$

$$\Delta(z)=-\frac{4\pi\omega^2}{c^2\ae^2}\Lambda_{\|}\chi_{k\omega}\frac{\varepsilon}{\tilde{\varepsilon}_{\|}}\left(1+\frac{\ae^2 d^2}{4\pi^2}\cos\frac{2\pi}{d}z\right), \tag{19}$$

а A и B - произвольные постоянные (фактически, это оставшиеся произвольными после процедуры сшивания A_1^+ и A_2^- соответственно).

Параметр k_z определяет разность фаз в соседних "ячейках" сверхрешетки. Он связан с ω и k дисперсионным уравнением (12). При заданных ω и k эта разность фаз фиксируется дисперсионным уравнением. Если же задавать k_z и k, то уравнение (12) определяет зависимость $\omega(k,k_z)$ в области существования ТЕ-поляритонов. Эта область ограничивается теми значениями ω и k, при которых правая часть дисперсионного уравнения по модулю не превышает единицы.

Решение дисперсионного уравнения вблизи экситонной частоты $\omega\approx\omega_0$ дает спектр ТЕ-поляритонов:

$$\omega\approx\omega_0+\frac{\dfrac{\Delta_z\Lambda_{\|}c}{\varepsilon\hbar\omega_0}\dfrac{\ae^2}{\ae_1}\sin\ae_1 a}{2\cos k_z(a+d)-2\cos\ae_1 a+\dfrac{\ae}{\ae_1}\ae d\sin\ae_1 a}, \tag{20}$$

где $\Delta_z=4\pi\dfrac{e^4 m|V_{cv}|^2}{\hbar^2 c\varepsilon d\omega_0}$ и в (20) в $\ae$ и $\ae_1$ нужно вместо ω подставить ω_0.

2. Поперечно-магнитные (ТМ) поляритоны.

В отличие от ТЕ-поляризации в ТМ-поляризации отличны от нуля следующие компоненты полей: $\vec{E}(0,E_y,E_z)$ и $\vec{H}(H_x,0,0)$. Система уравнений Максвелла в слоях типа d в данном случае имеет вид:

$$ikE_z-\frac{dE_y}{dz}=\frac{i\omega}{c}H_x \tag{21}$$

$$\frac{dH_x}{dz}=-\frac{i\omega}{c}\varepsilon E_y+\frac{4\pi}{c}j_y \tag{22}$$

$$ikH_x=\frac{i\omega}{c}\varepsilon E_z-\frac{4\pi}{c}j_z \tag{23}$$

В слоях типа a в уравнениях (22) и (23) не будет членов с компонентами плотности тока, и вместо ε будет ε_1. Из системы уравнений (21)-(23) легко получается уравнение второго порядка для E_y:

$$\frac{d^2E_y}{dz^2}+\ae^2E_y=-i\frac{4\pi\ae^2}{\varepsilon\omega}j_y+\frac{4\pi k}{\varepsilon\omega}\frac{dj_z}{dz}, \tag{24}$$

а остальные компоненты полей выражаются через $\dfrac{dE_y}{dz}$ и j_z с помощью уравнений (21) и (23).

Процедура нахождения общего решения уравнения (24) и соответствующего уравнения (без правой части и с заменой $\ae$ на $\ae_1$) в слоях типа a, справедливого во всей сверхрешетке, такая же, как и в случае ТЕ-поляризации.

Частное решение уравнения (24) в данном случае имеет следующий вид:

$$E_y^0=-\frac{4\pi\Lambda_{\|}\chi_{k\omega}}{\varepsilon}\ae^2\overline{E}_y\left[\frac{1}{\ae^2}+\frac{d^2\cos\frac{2\pi}{d}z}{(2\pi)^2-\ae^2d^2}\right]+i\frac{8\pi^2\Lambda_{\perp}\chi_{k\omega}}{\varepsilon d}k\overline{E}_z\frac{d^2\sin^2\frac{2\pi}{d}z}{(2\pi)^2-\ae^2d^2} \tag{25}$$

Используя это частное решение и действуя так же, как и в случае ТЕ-волн, получаем общее решение для E_y, удовлетворяющее всем граничным условиям, в виде, аналогичном (17), где вместо $E_x(z)$ нужно подставить $E_y(z)$:

$$E_y(z)=\begin{cases} e^{i\ae_1 z}+\gamma_1 e^{-i\ae_1 z} & 0\le z\le a \\ \dfrac{\tilde{\varepsilon}_{\|}}{\varepsilon}(1+\gamma_1)\left(\cos\ae z+\mathrm{Re}\Delta_1\right)+i\dfrac{\tilde{\varepsilon}_{\perp}}{\varepsilon}\dfrac{\ae}{\ae_1}(1-\gamma_1)\left(\sin\ae z+\mathrm{Im}\Delta_1\right), & -d\le z\le 0 \end{cases} \tag{26}$$

$$\gamma_1 = -\frac{e^{ik_z(a+d)}\left(1 - i\frac{\widetilde{\varepsilon}_\perp}{\varepsilon}\frac{æ}{æ_1}æd\right) - e^{iæ_1 a}}{e^{ik_z(a+d)}\left(1 + i\frac{\widetilde{\varepsilon}_\perp}{\varepsilon}\frac{æ}{æ_1}æd\right) - e^{-iæ_1 a}}, \quad (27)$$

$$\Delta_1(z) = -\frac{4\pi\Lambda_\parallel \chi_{Ew}}{\widetilde{\varepsilon}_\parallel}\left(1 + \frac{æ^2 d^2}{4\pi^2}\cos\frac{2\pi}{d}z\right) - i\frac{2\Lambda_\perp \chi_{Ew} k^2 æd}{\widetilde{\varepsilon}_\perp æ^2 + 4\pi\Lambda_\perp \chi_{Ew} k^2}\sin\frac{2\pi}{d}z, \quad (28)$$

$$\widetilde{\varepsilon}_\perp = \varepsilon + 6\pi\Lambda_\perp \chi_{Ew}. \quad (29)$$

Дисперсионное уравнение, связывающее ω, k и k_z в данном случае довольно громоздко, и мы приведем его в приближении $æd<<1$ и $kd<<1$:

$$\cos k_z(a+d) \approx \cos æ_1 a - \frac{1}{2}æd\left[\frac{\widetilde{\varepsilon}_\parallel æ_1}{\varepsilon_1 æ} + \frac{\varepsilon_1 æ}{\varepsilon æ_1}\left(1 + \frac{4\pi\Lambda_\perp \chi_{Ew}}{\widetilde{\varepsilon}_\perp}\frac{k^2}{æ^2}\right)\right]\sin æ_1 a. \quad (30)$$

Из этого дисперсионного уравнения получаются две ветви ТМ-поляритонов. Одна - вблизи экситонной частоты ω_0 в пределе $kd<<1$ и $\varepsilon_1<<\varepsilon$ не отличается от (20). Вторая ветвь - вблизи частоты ω_1

$$\omega_1^2 = \omega_0^2 + 12\pi\Lambda_\perp\left(\frac{e^2}{\varepsilon\hbar d}\right)^2\frac{m|V_{cv}|^2}{\hbar\omega_0}, \quad (31)$$

существующая только в случае, когда $\Lambda_\perp \neq 0$, имеет вид:

$$\omega \approx \omega_1 + \frac{\frac{\varepsilon_1 d}{\varepsilon æ_1}\frac{\omega_0}{\omega_1}\Lambda_\perp\frac{\Delta_ж}{\hbar}k^2\sin æ_1 a}{2\cos k_z(a+d) - 2\cos æ_1 a + æd\left(\frac{\widetilde{\varepsilon}_\parallel æ_1}{\varepsilon_1 æ} + \frac{\varepsilon_1 æ}{\varepsilon æ_1}\right)\sin æ_1 a}, \quad (32)$$

где $\Delta_ж = 4\pi\left(\frac{e^2}{\varepsilon c\hbar\omega_0}\right)^2 m|V_{cv}|^2$ и в $æ$, $æ_1$ и $\widetilde{\varepsilon}_\parallel$ в этом выражении нужно заменить ω на ω_1.

[1] *Л.В. Келдыш.* Письма в ЖЭТФ. 1979, т.30, в.4, с.244-248.

[2] *Л.В. Келдыш.* Письма в ЖЭТФ. 1979, т.29, в.11, с.716-719.

[3] *Р.Р. Гусейнов.* ФТТ, 1984, т.26, в.6, с.1908-1910.

[4] *R.R. Guseinov.* Phys.Stat.Sol.(b), 1984, v.125, p.237-243.

[5] *Э.Р. Гусейнов.* Fizika (Баку), 1996, т.2, №2, с.6-8.

[6] *Э.Камке.* Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям, 1961, Москва, Физматгиз.

E.R. Hüseynov, R.R. Hüseynov

YARIMKEÇİRİCİ İFRATQƏFƏSDƏ POLYARİTONLAR

Yarımkeçirici ifratqəfəsdə, tezlikləri eksiton tezliklərinə yaxın olan elektromaqnit dalğalarının-polyaritonların yayılması mümkünlüyünə baxılmışdır. Mühitin elektromaqnit reaksiyasını nəzərə almaqla Maksvell tənliklərinin həlli tapılmışdır. TE və TM-polyaritonların spektri alınmışdır.

E.R. Guseinov, R.R. Guseinov

POLARITONS IN A SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE

The possibility of spreading of the electromagnetic waves-polaritons with the frequencies near to the excitonic ones in a semiconductor superlattice is considered. The solutions of the Maxwell equations taking into account the electromagnetic response of the medium are found and the spectrum of TE and TM-polaritons are calculated.

Редактор: Ю.М. Сеидов