

# THE INFLUENCE OF SPIN-LATTICE COUPLING ON AN EXCITATION IN TRIANGULAR LATTICE HEISENBERG ANTIFERROMAGNET (TLHA).

## II. EXCITATION COUPLING WAVES

M.N. ABDULLAEV, N.F. ABDULLAEV, K.M. SULTANOV

*Institute of Physics of Academy of Sciences of Azerbaijan,*

*370143, Baku, H. Javid prosp., 33*

In the first part of the present paper an excitation of spin waves in antiferromagnetics with triangular lattice is studied without taking into account the spin lattice coupling. The first part is devoted to the calculation of the spin wave energy spectrum [1]. An analytical expression for the spin wave energy spectrum with  $k_x \neq 0$  has been found.

In the second part we report the formation of magnetoelastic bound waves by spin lattice coupling in TLHA. For ordinary two-sublattice antiferromagnetics the excitation of the spin waves with spin lattice coupling was considered in the work [2]. Therefore it is interesting to discuss such a type of interaction for the triangular lattice.

### Spin-phonon interaction

Next we consider the influence of the spin-lattice interaction on the excitation energy of the spin wave in the 120°-structure. The interaction Hamiltonian for this system is given by [3]

$$H_{int} = \sum_{a=1,2} \sum_{j,j'} \frac{\partial J(R_{j,j'})}{\partial R_{j,j'}} (\Delta \vec{R}_{j'} - \Delta \vec{R}_j) \vec{S}_j \vec{S}_{j'} \quad (1)$$

where  $\Delta \vec{R}_j$  is the displacement vector of the  $j$  atom from its equilibrium position. It can be expressed in terms of the creation and annihilation operators by the formula

$$\Delta \vec{R}_j = \frac{1}{\sqrt{N/3}} \sum_{\vec{q}} \vec{e}(\vec{q}) (d_{\vec{q}} + d_{-\vec{q}}^*) e^{i\vec{q} \cdot \vec{R}_j} \quad (2)$$

Here  $d_{-\vec{q}}$  and  $d_{\vec{q}}$  are the phonon operators for the vibration of the lattice point  $j$ ,  $\vec{e}(\vec{q})$  the polarization unit vector of the wave with the vector  $\vec{q}$ . We assume that the lattice variable  $\Delta \vec{R}_j$  is described by the Einstein model.

Here the conversion of the spin operators to the magnon operators (via the Holstein-Primakoff transformation) is defined in a manner analogous to that in the first part of the paper.

As a result we obtain the following form for the interaction Hamiltonian

$$H_{int} = - \sum_{\vec{q}} \left\{ A_{12}(\vec{q}) (d_{\vec{q}} + d_{-\vec{q}}^*) (a_{\vec{k}} + a_{-\vec{k}}^*) + A_{23}(\vec{q}) (d_{\vec{q}} + d_{-\vec{q}}^*) (b_{\vec{k}} + b_{-\vec{k}}^*) + A_{23}(\vec{q}) (d_{\vec{q}} + d_{-\vec{q}}^*) (c_{\vec{k}} + c_{-\vec{k}}^*) \right\} \delta(\vec{k} + \vec{q}) \quad (3)$$

Here the functions  $A_{12}(\vec{q})$ ,  $A_{13}(\vec{q})$  and  $A_{23}(\vec{q})$  are given by

$$A_{12}(\vec{q}) = \left[ \frac{s^2 \hbar}{6M\omega_{\vec{q}}} \right]^{1/2} \left( \vec{e}(\vec{q}) \left[ \frac{\partial J(\Delta_1)}{\partial R_{\vec{q}}} (1 - e^{-i\vec{q} \cdot \vec{a}_1}) - \sum_{\vec{a}_2} \frac{\partial J(\Delta_2)}{\partial R_{\vec{q}}} (1 - e^{-i\vec{q} \cdot \vec{a}_2}) \right] \right) \quad (4)$$

$$A_{13}(\vec{q}) = \left[ \frac{s^2 \hbar}{6M\omega_{\vec{q}}} \right]^{1/2} \left( \vec{e}(\vec{q}) \left[ \sum_{\vec{a}_1} \frac{\partial J(\Delta_1)}{\partial R_{\vec{q}}} (e^{i\vec{q} \cdot \vec{a}_1} - 1) - \sum_{\vec{a}_2} \frac{\partial J(\Delta_2)}{\partial R_{\vec{q}}} (1 - e^{-i\vec{q} \cdot \vec{a}_2}) \right] \right) \quad (3')$$

$$A_{23}(\vec{q}) = \left[ \frac{s^2 \hbar}{6M\omega_{\vec{q}}} \right]^{1/2} \left( \vec{e}(\vec{q}) \left[ \frac{\partial J(\Delta_2)}{\partial R_{\vec{q}}} (e^{i\vec{q} \cdot \vec{a}_2} - 1) - \sum_{\vec{a}_1} \frac{\partial J(\Delta_1)}{\partial R_{\vec{q}}} (e^{i\vec{q} \cdot \vec{a}_1} - 1) \right] \right)$$

where  $\vec{a}_1 = \vec{R}_2 - \vec{R}_1$ ;  $\vec{a}_2 = \vec{R}_3 - \vec{R}_1$ ;  $\vec{a}_3 = \vec{R}_2 - \vec{R}_3$ .

Note that in the expression (3) the terms higher than quadratic with respect to magnon and phonon operators were neglected because they play a role in the relaxation.

We now derive Green functions and reduce them calculation analogue to that of the Green functions (9) in first part of the paper. In this case we can easily obtain the equations of motion for the Green functions analogous to unperturbed system (9), but with  $H_0$  replaced by

$$H = H_0 + H_{ph} + H_{int} \quad (4)$$

Here  $H_{ph}$  is the energy operator of a phonon.

The resulting equations for the Green functions are

$$-EG_k^I = S + \epsilon_1 G_k^{II} + (M_{12}^* - M_{12}^-) \lambda_2 G_k^{III} + (M_{13}^* - M_{13}^-) \lambda_3 G_k^{III}$$

$$-EG_k^{II} = \epsilon_1 G_k^I + (M_{12}^* + M_{12}^-) \lambda_2 G_k^{III} + (M_{13}^* + M_{13}^-) \lambda_3 G_k^{III} - A_{12} H_k^I$$

$$-EG_k^{III} = (\epsilon_{22} - 2D_{12}) G_k^{II} + (M_{22}^* - M_{22}^-) \lambda_2 G_k^{II} + (M_{23}^* - M_{23}^-) \lambda_3 G_k^{II}$$

$$\begin{aligned}
 -EG_k^{IV} &= (\epsilon_{22} + 2D_{12}) G_k^{III} + (M_{12}^+ + M_{12}^-) \lambda_k G_k^I + \\
 &+ (M_{23}^+ + M_{23}^-) \lambda_k G_k^I - A_{23}(k) H_k^I \\
 EG_k^{VI} &= (\epsilon_{33} + 2D_{13}) G_k^{IV} + (M_{23}^+ - M_{23}^-) \lambda_k G_k^{II} + \\
 &+ (M_{13}^+ - M_{13}^-) \lambda_k G_k^{II} \\
 -EG_k^{VII} &= (\epsilon_{33} + 2D_{13}) G_k^{IV} + (M_{23}^+ + M_{23}^-) \lambda_k G_k^{III} + \\
 &+ (M_{13}^+ + M_{13}^-) \lambda_k G_k^I - A_{23}(k) H_k^I \\
 -EH_k^I &= \hbar \omega H_k^{II} \\
 -EH_k^{II} &= \hbar \omega(k) H_k^{II} - 2A_{12} G_k^I - 2A_{13}(k) G_k^{III} - \\
 &- 2A_{23}(k) G_k^I
 \end{aligned} \tag{5}$$

We note that in the system (5) the Green functions of the following type

$$\begin{aligned}
 H_k^I &= \left\langle \left\langle (d_k + d_k^+) / S_k^I \right\rangle \right\rangle \\
 H_k^{II} &= \left\langle \left\langle (d_k - d_k^+) / S_k^I \right\rangle \right\rangle
 \end{aligned} \tag{6}$$

yield results of Hamiltonian (3). We can not find the exact solution of the system (5) as in (9) for the arbitrary value of  $k$ . Therefore we show to perform an approximation with respect to  $k$ . We also note that the solution of the system (9) can be found for two values of  $k=0$ ;  $k_x$ , while that of (5) only for one value of  $k=k_x$ . As may be seen from (3') at  $k=0$  the interaction Hamiltonian vanishes.

Therefore it is not interesting to discuss such a type of approximate solution of the system (5). Using the lie of the spins in figure we carry out the sums with respect to  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$  in expression (3') and we define the equally terms which cancel each other because opposite sings (in result  $A_{12}=0$ ). Next if we use the small value of wave number  $k_x$  we can deduce that  $A_{12} \approx -A_{13}$ .

To simplify the calculations during the solution of system (5) we replace the Green functions in the equations with even numbers by those in the equations with odd numbers. These solutions are analogous to those which we used to evaluate the dispersion dependences of the spin wave in (10). Thus the solutions of the system (5) have the following form

$$\begin{aligned}
 \{ E^4 - \gamma_1^2(k_x) E^2 + \gamma_2^2(k_x) \} \times \\
 \times \{ E^4 - [\omega_{15}^2(k_x) + (\hbar \omega(k_x))^2] E^2 + \\
 + [\omega_{15}(k_x) \omega(k_x) \hbar] - \eta^2(k_x) \} = 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

where  $\eta^2(k_x) = 2A_{23} \left[ 2JSZ(1 - \lambda_k) + \frac{DS}{2} \right]$  the other terms defined by the expression (11).

As a result, four different modes  $E_{1c}^2$ ;  $E_2^2$  and  $E_3^2$  are derived. We note that  $E_2^2$  and  $E_3^2$  coincides with the modes which are obtained from the solutions of the second multiplier in (10) of the reference [1]. It is seen, that these modes

are spin-like, while  $E_{1c}^2$  and  $E_c^2$  are the coupled modes between spin and phonon.

We note that  $\eta^2(k_x)$  will be very small for small  $k_x$  (see (3')). Therefore we may use the small  $\eta^2(k_x)$  approximation for root of the solutions (7). Next if we restrict ourselves to the assumption that

$$\frac{\eta^2(k_x)}{\omega_{15}^2(k_x) - (\hbar \omega(k_x))^2} \ll 1 \tag{8}$$

then, from the second multiplier of the equation (7) we get

$$\begin{aligned}
 E_{1c}^2 &\approx \omega_{15}^2(k_x) + \frac{2\eta^2(k_x)}{\omega_{15}^2(k_x) - (\hbar \omega(k_x))^2} \\
 E_c^2 &\approx [\hbar \omega(k_x)]^2 - \frac{2\eta^2(k_x)}{\omega_{15}^2(k_x) - (\hbar \omega(k_x))^2}
 \end{aligned} \tag{9}$$

In figure it is shown the schematic displacement dispersion curves of the spin and elastic waves because of the spin-lattice interaction.

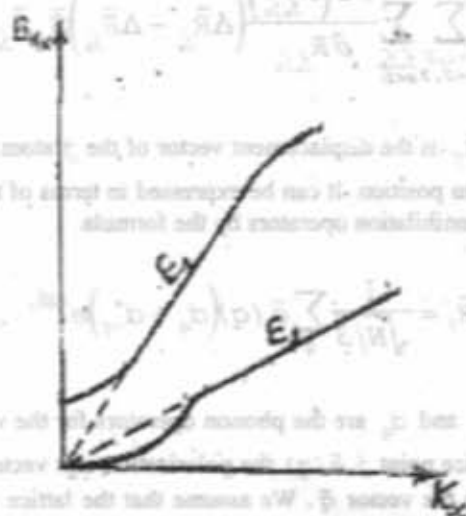


Fig. The dispersion curves of the spin and elastic waves.

From these curves it is seen that the interaction plays the essential role for  $E_{1c}^2$  and  $E_c^2$  at certain value of  $k_x$ .

In this figure the dashed lines illustrate the dispersion relation for spin and elastic waves.

We note that  $E_1^2(k_x=0) = \omega_{15}^2(0) = \frac{DS}{2} (3JSZ - DS)$

are the minimization values of  $\omega_{15}^2(k_x)$  and shown in figure as the energy gap, while the maximization that  $\omega_{15}^2(k_x)$  are to be determined in following region

$$\arccos \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{3D}{2JS} \right) \leq ak_x \leq \frac{2\pi}{3}$$

- [1] M.N. Abdullaev, N.G. Abdullaev and K.M. Sultanov. Fizika, v. 2, 1996, p. 1.  
 [2] D.A. Yablonsky and V.G. Baryaktar. Preprint ITF-84-III, Kiev, 1984.  
 [3] A. Akhieser. J. Phys. of USSR, 10, 1946, 217.  
 [4] T. Holstein and H. Primakoff. Phys. Rev., 58, (1940), 1098.  
 [5] M.N. Abdullaev, Yu.M. Seidov. Preprint-284, Baku, 1988.

M.N. Abdullaev, N.G. Abdullaev, K.M. Sultanov

QEYRİ KOLLENİAR ÜÇ YARIMQƏFƏSLİ HEYZENBERQ ANTİFERROMQNİTLƏRDƏ ELEMENTAR OYANMALARDA SPİN-FONON QARŞILIQLI TƏSİRİ.

II. ƏLAQƏLİ DALĞALARIN OYANMASI

Baxılan maqnit sistemlərində əlaqəli spin-elastiki dalğaların oyanmasına baxılmış və onlar üçün enerji spektri hesablanmışdır. Həmçinin enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

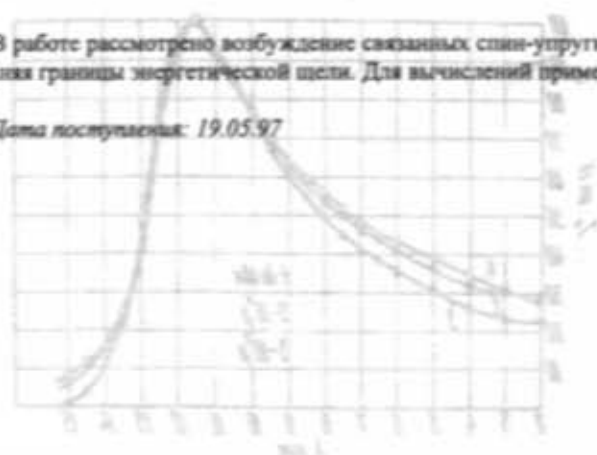
M.N. Абдуллаев, Н.Г. Абдуллаев, К.М. Султанов

СПИН-ФОНОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ В НЕКОЛЛИНЕАРНЫХ ТРЕХПОДРЕШЕТОЧНЫХ ГЕЙЗЕНБЕРГОВСКИХ АНТИФЕРРОМАГНЕТИКАХ.  
 II. ВОЗБУЖДЕНИЕ СВЯЗАННЫХ ВОЛН

В работе рассмотрено возбуждение связанных спин-упругих волн и вычислен их энергетический спектр. Определены нижняя и верхняя границы энергетической щели. Для вычислений применен метод двухвременных функций Грина.

Дата поступления: 19.05.97

Редактор: Ф.М. Гашимзаде



Şəkil 1. Əlaqəli spin-əlastik dalğaların enerji spektri. 1 - 1-inci, 2 - 2-inci əlaqəli dalğa.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.

...kəmərlərində enerji zolağının aşağı və yuxarı sərhəddi müəyyənəndirilmişdir. İkin birinci hissəsində olduğu kimi bu hissədə də həssaslaşdırma iki zamanlı Qrin funksiyası üsulu ilə aparılmışdır.