

РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОВОДИМОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ПАРАМИ КОПЛАНАРНЫХ ЭЛЕКТРОДОВ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ПРОВОДНИКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

Т.М. ХАЛИНА

*Алтайский Государственный Технический Университет
656099, Россия, г. Барнаул, ул. Ленина, 46*

Методом конформных отображений и непосредственного определения напряженности электрического поля выполнен расчет электрической проводимости между копланарными электродами, расположенными симметрично в резистивном материале. Показано, что с целью экономии материала электродов, целесообразно заменять сплошные электроды электрически соединенными парами электродов с зазором между ними.

Система, состоящая из двух пар электрически соединенных электродов, расположенных симметрично в проводнике прямоугольного сечения (рис. а), широко используется при проектировании электрокондуктометров, электрообогревателей, заземлителей и других устройств.

При проектировании, например, электрообогревателей рассматриваемая система электродов является наиболее эффективной, т.к. обладает наименьшим контактным сопротивлением между электродами и резистивным материалом [1].

В работе [2] дан расчет электрической проводимости между копланарными электродами, расположенными симметрично в проводнике прямоугольного сечения.

Цель настоящей работы - строгое решение задачи для указанной четырехэлектродной системы без упрощающих допущений.

Для определения электрической проводимости исходной системы (рис.а) применим метод конформных отображений и непосредственного определения напряженности поля [3] с учетом математической аналогии между электростатическим и стационарным электрическим полем [4].

Введем плоскопараллельную расчетную модель, приведенную на рис.б, примем заштрихованную область на рис.б за часть плоскости комплексного переменного z и конформно отобразим ее на верхнюю полуплоскость нового комплексного переменного ζ (рис.в) таким образом, чтобы соблюдалось следующее соответствие точек исходной и отображенной плоскостей:

Точки в плоскости	
z	ζ
0	0
$\pm d$	$\pm a_1$
$\pm(d+a)$	$\pm(d+a)$
$\pm l$	$\pm a_4$
$\pm l+jh$	$\pm a_5$
jh	∞

Такое отображение осуществляется известной функцией [3,5]

$$\zeta = a_4 \operatorname{sn} \left(K_0 \frac{z}{l}, k_0 \right), \quad (1)$$

в которой модуль k_0 эллиптического синуса определяется из соотношения:

$$\frac{h}{l} = \frac{K'_0}{K_0}, \quad (2)$$

где K_0 и K'_0 - полные эллиптические интегралы первого рода с модулями

$$k_0 = \frac{a_4}{a_5} \quad \text{и} \quad k'_0 = \sqrt{1 - k_0^2} \quad (3)$$

соответственно.

Значения модулей k_0 , k'_0 и эллиптических интегралов K_0 , K'_0 , найденных для различных отношений h/l или l/h приведены в [2].

Установив согласно (1) взаимосвязь исходной (z) и отображенной (ζ) плоскостей с учетом принципа симметрии, получим:

$$\frac{a_1}{a_4} = \operatorname{sn} \left(K_0 \frac{d}{l}, k_0 \right); \quad (4)$$

$$\frac{a_2}{a_4} = \operatorname{sn} \left(K_0 \frac{d+a}{l}, k_0 \right); \quad (5)$$

$$\frac{a_3}{a_4} = \operatorname{sn} \left(K_0 \frac{d+a+n}{l}, k_0 \right); \quad (6)$$

Так как конструктивные параметры преобразователя удобнее выражать через отношения $\frac{n}{2a}$, $\frac{l}{h}$ и $\frac{2a+n}{h}$, то формулы (4) - (6) можно переписать в виде:

$$\frac{a_1}{a_4} = \operatorname{sn} \left[K_0 \left(1 - \frac{\frac{2a+n}{h}}{\frac{l}{h}} \right), k_0 \right] \quad (7)$$

$$\frac{a_2}{a_4} = \operatorname{sn} \left[K_0 \left(1 - \frac{\frac{2a+n}{h} - \frac{2a+n}{2 \left(1 + \frac{n}{2a} \right)}}{\frac{1}{h}} \right), k_0 \right] \quad (8)$$

$$\frac{a_3}{a_4} = \operatorname{sn} \left[K_0 \left(1 - \frac{\frac{2a+n}{h}}{2 \left(1 + \frac{n}{2a} \right)} \right), k_0 \right] \quad (9)$$

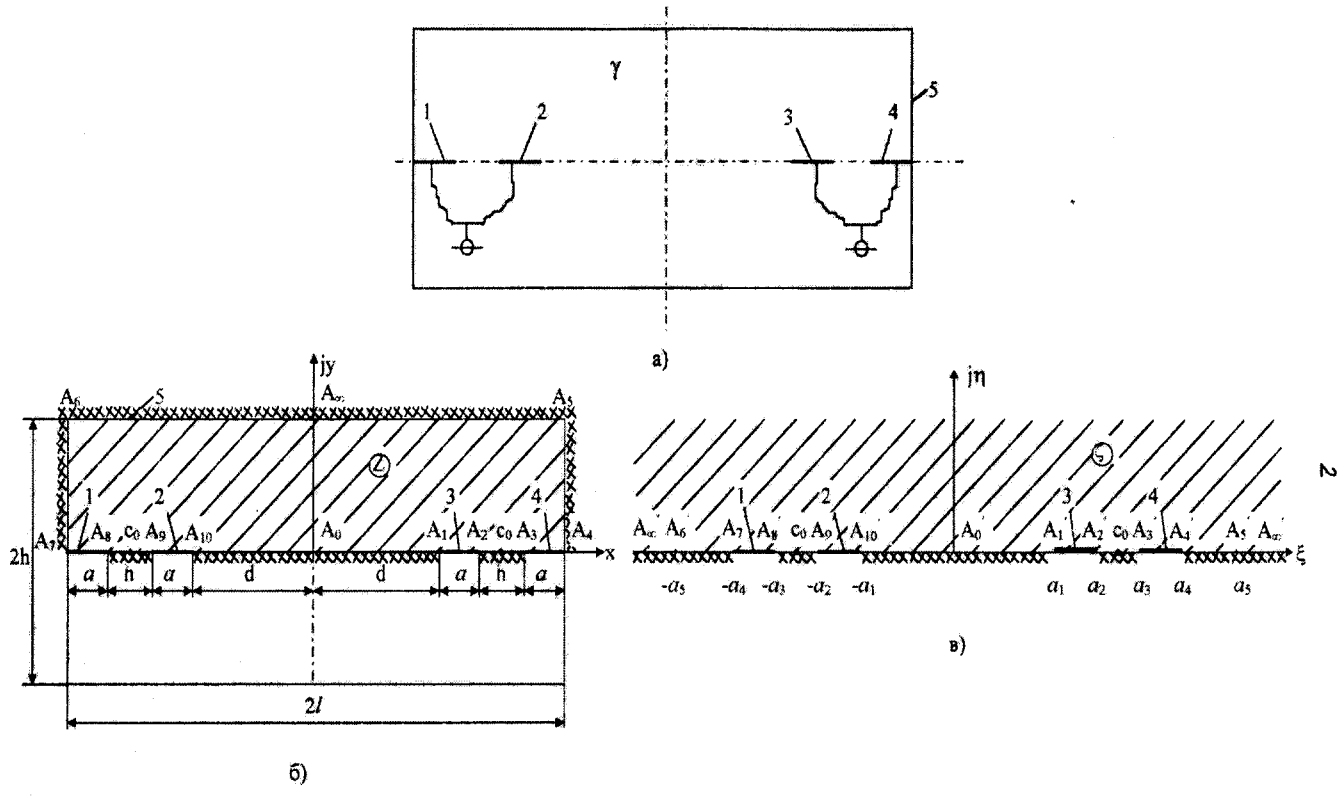


Рис. Четырехэлектродная система: а – схема; б – расчетная модель; в – система в отображенной плоскости; 1-4 – электродное вещество.

Итак, все геометрические параметры в отображенной плоскости можно считать известными. Тогда, учитывая, что при конформных отображениях, проводимости между соответствующими электродами сохраняются, достаточно найти проводимость в системе электродов, приведенной на рис.в.

Согласно методу непосредственного определения напряженности поля [3,5] с учетом математической аналогии между потенциальными полями [4] напряженность электрического поля E на плоскости ζ при $\eta = 0$ определяется выражением:

$$E_{\eta=0} = \frac{A|\xi^2 - c_0^2|}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(\xi^2 - a_3^2)(\xi^2 - a_4^2)}} \quad (10)$$

где A – постоянная, c_0 – координата особой точки второго рода, $a_1 - a_4$ – координаты краев пластин.

Найдем предварительно постоянную c_0 в формуле (10) (постоянную A для определения проводимости вы-

числять не обязательно, так как она сокращается). Условием для определения c_0 является равенство нулю разности потенциалов между электродами 1,2 или 3, 4:

$$0 = \int_{a_2}^{a_3} E_{\eta=0} d\xi = \int_{a_2}^{a_3} \frac{(\xi^2 - c_0^2)\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(\xi^2 - a_3^2)(\xi^2 - a_4^2)}} d\xi \quad (11)$$

откуда
$$c_0^2 = \frac{I_1}{I_2} \quad (12)$$

где

$$I_1 = \int_{a_2}^{a_3} \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (13)$$

$$I_2 = \int_{a_2}^{a_3} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (14)$$

Разность потенциалов ΔU между электродами 1,2 и 3,4 определим по формуле:

$$\Delta U = \int_{-a_1}^{a_1} E_{\eta=0} d\xi = 2 \int_0^{a_1} E_{\eta=0} d\xi = 2A \int_0^{a_1} \frac{(c_0^2 - \xi^2) d\xi}{\sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} = 2A(c_0^2 I_4 - I_3), \quad (15)$$

где

$$I_3 = \int_0^{a_1} \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (16)$$

$$I_4 = \int_0^{a_1} \frac{d\xi}{\sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (17)$$

Пользуясь найденным выражением для напряженности поля, находим, что ток I_1 на единицу длины в пластинах 3,4:

$$I_1 = 2\gamma \left(\int_{a_1}^{a_2} E_{\eta=0} d\xi + \int_{a_3}^{a_4} E_{\eta=0} d\xi \right) = 2A\gamma \left(\int_{a_1}^{a_2} \frac{(c_0^2 - \xi^2) d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} + \int_{a_3}^{a_4} \frac{(\xi^2 - c_0^2) d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(\xi^2 - a_3^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \right) = 2A\gamma [I_7 - I_5 + c_0^2(I_6 - I_8)] \quad (18)$$

где γ - удельная электропроводность среды;

$$I_5 = \int_{a_1}^{a_2} \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (19)$$

$$I_6 = \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_2^2 - \xi^2)(a_3^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (20)$$

$$I_7 = \int_{a_3}^{a_4} \frac{\xi^2 d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(\xi^2 - a_3^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (21)$$

$$I_8 = \int_{a_3}^{a_4} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(\xi^2 - a_2^2)(\xi^2 - a_3^2)(a_4^2 - \xi^2)}}. \quad (22)$$

На основе (15) и (18) с учетом (12) получаем следующее выражение для проводимости G_1 на единицу длины рассматриваемой системы.

$$\frac{G_1}{\gamma} = \frac{I_1}{\Delta U} = \frac{I_7 - I_5 + \frac{I_1}{I_2} (I_6 - I_8)}{\frac{I_1 I_4}{I_2} - I_3}. \quad (23)$$

Так как проводимость инвариантна относительно конформного преобразования, то выражение (23) определяет проводимость искомой системы изображенной на рис.а.

Интегралы $I_1 - I_8$, входящие в уравнение (23), являются гиперэллиптическими и должны находиться численно.

Итак, для определения проводимости системы (рис. б) следует по заданным конструктивным размерам a, n, l, h из уравнений (7) - (9) найти численные значения геометрических размеров $a_1 - a_4$, располагая которыми, вы-

числить интегралы $I_1 - I_8$ согласно (13), (14), (16), (17), (19) - (22) и затем непосредственно рассчитать искомую проводимость по формуле (23).

Если $n=0$, то $a_2=a_3$, тогда, в соответствии с теоремой о среднем интегральном исчислении, из (12) следует, что

$$c_0^2 = \frac{I_1}{I_2} = a_2^2, \quad (24)$$

а выражения (16), (17), (19) - (22) примут вид:

$$I_{3|n=0} = \int_0^{a_1} \frac{\xi^2 d\xi}{(a_2^2 - \xi^2) \sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (25)$$

$$I_{4|n=0} = \int_0^{a_1} \frac{d\xi}{(a_2^2 - \xi^2) \sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}} \quad (26)$$

$$I_{5|n=0} = \int_{a_1}^{a_2} \frac{\xi^2 d\xi}{(a_2^2 - \xi^2) \sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (27)$$

$$I_{6|n=0} = \int_{a_1}^{a_2} \frac{d\xi}{(a_2^2 - \xi^2) \sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (28)$$

$$I_{7|n=0} = \int_{a_2}^{a_4} \frac{\xi^2 d\xi}{(\xi^2 - a_2^2) \sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_4^2 - \xi^2)}}; \quad (29)$$

$$I_{8|n=0} = \int_{a_2}^{a_4} \frac{d\xi}{(\xi^2 - a_2^2) \sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_4^2 - \xi^2)}}. \quad (30)$$

Подставляя (25) - (30) в (23), с учетом (24), после ряда преобразований находим

$$\frac{G_{1|n=0}}{\gamma} = \frac{\int_{a_1}^{a_4} \frac{d\xi}{\sqrt{(\xi^2 - a_1^2)(a_4^2 - \xi^2)}}}{\int_0^{a_1} \frac{d\xi}{\sqrt{(a_1^2 - \xi^2)(a_4^2 - \xi^2)}}}. \quad (31)$$

Приведя содержащиеся в (31) интегралы к нормальной форме [6], получим известное выражение [7] для определения электрической проводимости двухэлектродной системы на единицу длины:

$$\frac{G_{1|n=0}}{\gamma} = \frac{K(k')}{K(k)}, \quad (32)$$

где $K(k)$ и $K(k')$ - полные эллиптические интегралы первого рода с модулем

$$k = \frac{a_1}{a_4} = \operatorname{sn}\left(K_0 \frac{d}{l}, k_0\right) \quad (33)$$

и $k' = \sqrt{1 - k^2}$, соответственно.

Для определения численных значений интегралов $I_1 - I_8$, входящих в формулу (23), необходимо перейти к

безразмерным параметрам $\frac{a_1}{a_4} - \frac{a_3}{a_4}$ и преобразовать к

виду, допускающему вычисление на ЭВМ. Все интегралы $I_1 - I_8$ в выражениях являются несобственными, так как их подынтегральные выражения разрывны при следующих значениях параметров $a_1 - a_4$:

a_i	a_2, a_3	a_1	a_1, a_2	a_3, a_4
I_i	I_1, I_2	I_3, I_4	I_5, I_6	I_7, I_8

Так как интегралы $I_1, I_2, I_5 - I_8$ имеют по две особенности, их целесообразно представить в виде сумм двух интегралов: $I_1 = I_1^1 + I_1^2$; $I_2 = I_2^1 + I_2^2$; $I_5 = I_5^1 + I_5^2$; $I_6 = I_6^1 + I_6^2$; $I_7 = I_7^1 + I_7^2$; $I_8 = I_8^1 + I_8^2$ с соответствующими пределами интегрирования. Для интегралов, имеющих множитель $a_i - \xi$, где $i=1-4$, производим замену переменной $\xi = a_i \sin \theta$, а для множителя $\xi - a_i$ - замену в виде $\xi = \frac{a_i}{\cos \theta}$ [8]. Тогда интегралы (13), (14), (16), (17), (19) - (22) примут вид:

$$I_1 = I_1^1 + I_1^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_2}{a_2 + a_3}} \frac{d\theta}{a_2 \sqrt{\left(1 - \frac{a_1^2}{a_2^2} \cos^2 \theta\right) \left(\frac{a_3^2}{a_2^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_4^2}{a_2^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \quad (34)$$

$$+ \int_{\arcsin \frac{a_2 + a_3}{2a_3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{a_3 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_3^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_2^2}{a_3^2}\right) \left(\frac{a_4^2}{a_3^2} - \sin^2 \theta\right)}};$$

$$I_2 = I_2^1 + I_2^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_2}{a_2 + a_3}} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{a_2^3 \sqrt{\left(1 - \frac{a_1^2}{a_2^2} \cos^2 \theta\right) \left(\frac{a_3^2}{a_2^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_4^2}{a_2^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \quad (35)$$

$$+ \int_{\arcsin \frac{a_2 + a_3}{2a_3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{a_3^3 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_3^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_2^2}{a_3^2}\right) \left(\frac{a_4^2}{a_3^2} - \sin^2 \theta\right)}};$$

$$I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{a_1 \sqrt{\left(\frac{a_2^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_3^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right)}}; \quad (36)$$

$$I_4 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{a_1^3 \sqrt{\left(\frac{a_2^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_3^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_1^2} - \sin^2 \theta\right)}}; \quad (37)$$

$$I_5 = I_5^1 + I_5^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_1}{a_1+a_2}} \frac{d\theta}{a_1 \sqrt{\left(\frac{a_2^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_3^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_4^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \int_{\arcsin \frac{a_1+a_2}{2a_2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{a_2 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_2^2}\right) \left(\frac{a_3^2}{a_2^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_2^2} - \sin^2 \theta\right)}} \quad (38)$$

$$I_6 = I_6^1 + I_6^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_1}{a_1+a_2}} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{a_1^3 \sqrt{\left(\frac{a_2^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_3^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right) \left(\frac{a_4^2}{a_1^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \int_{\arcsin \frac{a_1+a_2}{2a_2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{a_2^3 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_2^2}\right) \left(\frac{a_3^2}{a_2^2} - \sin^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_2^2} - \sin^2 \theta\right)}} \quad (39)$$

$$I_7 = I_7^1 + I_7^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_3}{a_3+a_4}} \frac{d\theta}{a_3 \sqrt{\left(1 - \frac{a_1^2}{a_3^2} \cos^2 \theta\right) \left(1 - \frac{a_2^2}{a_3^2} \cos^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_3^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \int_{\arcsin \frac{a_3+a_4}{2a_4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \theta d\theta}{a_4 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_4^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_2^2}{a_4^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_3^2}{a_4^2}\right)}} \quad (40)$$

$$I_8 = I_8^1 + I_8^2 = \int_0^{\arccos \frac{2a_3}{a_3+a_4}} \frac{\cos^2 \theta d\theta}{a_3^3 \sqrt{\left(1 - \frac{a_1^2}{a_3^2} \cos^2 \theta\right) \left(1 - \frac{a_2^2}{a_3^2} \cos^2 \theta\right) \left(\frac{a_4^2}{a_3^2} \cos^2 \theta - 1\right)}} + \int_{\arcsin \frac{a_3+a_4}{2a_4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{a_4^3 \sqrt{\left(\sin^2 \theta - \frac{a_1^2}{a_4^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_2^2}{a_4^2}\right) \left(\sin^2 \theta - \frac{a_3^2}{a_4^2}\right)}} \quad (41)$$

Нахождение численных значений интегралов $I_1 - I_8$ согласно формулам (34) - (41) осуществлялось методом Симпсона. Некоторые результаты расчетов коэффициентов $\frac{a_1}{a_4} - \frac{a_3}{a_4}$, произведенных по формулам (7) - (9) и безразмерной проводимости G_1/γ , осуществленных по формуле (23), приведены в таблицах 1-3 и 4 соответственно.

По данным таблицы 4 в таблице 5 приведены расчеты относительных изменений δ безразмерных проводимостей G_1/γ , связанных с расстоянием n между электродами, найденных по формуле:

$$\delta = \frac{G_1/\gamma \Big|_{\frac{n}{2a}} - G_1/\gamma \Big|_{\frac{n}{2a}=0}}{G_1/\gamma \Big|_{\frac{n}{2a}=0}} \cdot 100\%. \quad (42)$$

Из данных таблицы 5 видно, что при прочих равных условиях с увеличением отношения $n/2a$ относительные изменения δ безразмерной проводимости G_1/γ увеличиваются (по абсолютной величине), причем значения $|\delta|$ возрастают с уменьшением отношения $\frac{1}{h}$, достигая наибольшего значения $|\delta| = 32,46\%$ при $\frac{n}{2a} = 10, \frac{2a+n}{h} = 0,8$ и $\frac{1}{h} = 1$. С увеличением отношения $\frac{1}{h}$ значения $|\delta|$ уменьшаются, незначительно изменяясь в зависимости от отношения $\frac{2a+n}{h}$, причем наибольшее значение $|\delta|$ при $\frac{n}{2a} = 10, \frac{1}{h} = 5$ составляет 6,76% (при

Таблица 1

n/2a	l/h	Значение a_1/a_4 при $(2a+n)/h$, равном				
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994
0,1	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994
0,3	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994
1	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994
3	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994
10	1	0.965046	0.853880	0.652916	0.358531	0
	2	0.998478	0.993306	0.982459	0.961799	0.923880
	3	0.999934	0.999710	0.999236	0.998319	0.996587
	4	0.999997	0.999987	0.999967	0.999927	0.999852
	5	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997	0.999994

Таблица 2

n/2a	l/h	Значение a_2/a_4 при $(2a+n)/h$, равном				
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	1	0.991369	0.965046	0.919808	0.853880	0.765367
	2	0.999628	0.998478	0.996436	0.993306	0.988790
	3	0.999984	0.999934	0.999846	0.999710	0.999513
	4	0.999999	0.999997	0.999993	0.999987	0.999979
	5	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999	0.999999
0,1	1	0.989720	0.958274	0.903961	0.824397	0.717261
	2	0.999557	0.998177	0.995701	0.991844	0.986168
	3	0.999981	0.999921	0.999814	0.999646	0.999398
	4	0.999999	0.999997	0.999992	0.999985	0.999974
	5	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999	0.999999
0,3	1	0.986898	0.946615	0.876487	0.773014	0.633466
	2	0.999435	0.997656	0.994401	0.989195	0.981289
	3	0.999976	0.999899	0.999757	0.999531	0.999184
	4	0.999999	0.999996	0.999990	0.999980	0.999965
	5	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999	0.999998
1	1	0.980479	0.919808	0.812553	0.652916	0.440005
	2	0.999155	0.996436	0.991245	0.982459	0.968221
	3	0.999963	0.999846	0.999620	0.999236	0.998606
	4	0.999998	0.999993	0.999984	0.999967	0.999940
	5	1.000000	1.000000	0.999999	0.999999	0.999997
3	1	0.973340	0.889552	0.739528	0.516554	0.228692
	2	0.998843	0.995023	0.987397	0.973726	0.950141
	3	0.999950	0.999784	0.999452	0.998850	0.997793
	4	0.999998	0.999991	0.999976	0.999950	0.999905
	5	1.000000	1.000000	0.999999	0.999998	0.999996
10	1	0.968197	0.867494	0.685991	0.418246	0.084127
	2	0.998617	0.993968	0.984396	0.966566	0.934561
	3	0.999940	0.999739	0.999321	0.998532	0.997081
	4	0.999997	0.999989	0.999971	0.999937	0.999874
	5	1.000000	1.000000	0.999999	0.999997	0.999995

Таблица 3

n/2a	l/h	Значение a_3/a_4 при $(2a+n)/h$, равно				
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	1	0.991369	0.965046	0.919808	0.853880	0.765367
	2	0.999628	0.998478	0.996436	0.993306	0.988790
	3	0.999984	0.999934	0.999846	0.999710	0.999513
	4	0.999999	0.999997	0.999993	0.999987	0.999979
	5	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999	0.999999
0,1	1	0.992872	0.971194	0.934116	0.880371	0.808508
	2	0.999693	0.998749	0.997091	0.994587	0.991039
	3	0.999987	0.999946	0.999874	0.999765	0.999611
	4	0.999999	0.999998	0.999995	0.999990	0.999983
	5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999
0,3	1	0.994902	0.979455	0.953215	0.915496	0.865448
	2	0.999781	0.999111	0.997952	0.996237	0.993869
	3	0.999991	0.999962	0.999911	0.999837	0.999734
	4	1.000000	0.999998	0.999996	0.999993	0.999989
	5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
1	1	0.997849	0.991369	0.980479	0.965046	0.944893
	2	0.999908	0.999628	0.999155	0.998478	0.997578
	3	0.999996	0.999984	0.999963	0.999934	0.999895
	4	1.000000	0.999999	0.999998	0.999997	0.999995
	5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
3	1	0.999463	0.997849	0.995154	0.991369	0.986482
	2	0.999977	0.999908	0.999792	0.999628	0.999417
	3	0.999999	0.999996	0.999991	0.999984	0.999975
	4	1.000000	1.000000	1.000000	0.999999	0.999999
	5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
10	1	0.999929	0.999716	0.999361	0.998863	0.998223
	2	0.999997	0.999988	0.999973	0.999951	0.999924
	3	1.000000	0.999999	0.999999	0.999999	0.999997
	4	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
	5	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000

Таблица 4

n/2a	l/h	Значение G_1/γ при $(2a+n)/h$, равно				
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0	1	0.580117	0.800336	1.070099	1.513933	∞
	2	0.366748	0.443561	0.513851	0.589974	0.680634
	3	0.268336	0.307268	0.339431	0.371051	0.404958
	4	0.211565	0.235046	0.253414	0.270632	0.288235
	5	0.174621	0.190313	0.202179	0.212990	0.223744
0,1	1	0.579535	0.799284	1.068382	1.511063	∞
	2	0.366515	0.443236	0.513445	0.589486	0.680051
	3	0.268211	0.307112	0.339253	0.370858	0.404751
	4	0.211488	0.234954	0.253315	0.270530	0.288130
	5	0.174569	0.190253	0.202116	0.212927	0.223681
0,3	1	0.576299	0.793437	1.058836	1.495060	∞
	2	0.365217	0.441422	0.511177	0.586752	0.676769
	3	0.267515	0.306240	0.338262	0.369774	0.403585
	4	0.211055	0.234444	0.252762	0.269952	0.287539
	5	0.174274	0.189919	0.201764	0.212569	0.223324
1	1	0.560558	0.765106	1.012486	1.416540	∞
	2	0.358826	0.432472	0.499893	0.572977	0.659963
	3	0.264070	0.301905	0.333283	0.364254	0.397545
	4	0.208905	0.231895	0.249972	0.266999	0.284459
	5	0.172805	0.188242	0.199982	0.210733	0.221462
3	1	0.527096	0.705714	0.915616	1.250320	∞
	2	0.344807	0.412772	0.474715	0.541580	0.620622
	3	0.256399	0.292171	0.321900	0.351305	0.382917
	4	0.204074	0.226109	0.243513	0.259975	0.276891
	5	0.169487	0.184412	0.195827	0.206333	0.216848
10	1	0.477910	0.621295	0.781194	1.022466	∞
	2	0.323052	0.382337	0.435555	0.492134	0.557756
	3	0.244171	0.276587	0.303402	0.329809	0.358014
	4	0.196252	0.216661	0.232777	0.248012	0.263631
	5	0.164065	0.178078	0.188823	0.198726	0.208629

Таблица 5

n/2a	1/h	Значение δ,% при (2a+n)/h, равном				
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,1	1	-0.10	-0.13	-0.16	-0.19	-
	2	-0.06	-0.07	-0.08	-0.08	-0.09
	3	-0.05	-0.05	-0.05	-0.05	-0.05
	4	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04
	5	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03
0.3	1	-0.66	-0.86	-1.05	-1.25	-
	2	-0.42	-0.48	-0.52	-0.55	-0.57
	3	-0.31	-0.33	-0.34	-0.34	-0.34
	4	-0.24	-0.26	-0.26	-0.25	-0.24
	5	-0.20	-0.21	-0.21	-0.20	-0.19
1	1	-3.37	-4.40	-5.38	-6.43	-
	2	-2.16	-2.50	-2.72	-2.88	-3.04
	3	-1.59	-1.75	-1.81	-1.83	-1.83
	4	-1.26	-1.34	-1.36	-1.34	-1.31
	5	-1.04	-1.09	-1.09	-1.06	-1.02
3	1	-9.14	-11.82	-14.44	-17.41	-
	2	-5.98	-6.94	-7.62	-8.20	-8.82
	3	-4.45	-4.91	-5.16	-5.32	-5.44
	4	-3.54	-3.80	-3.91	-3.94	-3.94
	5	-2.94	-3.10	-3.14	-3.13	-3.08
10	1	-17.62	-22.37	-27.00	-32.46	-
	2	-11.91	-13.80	-15.24	-16.58	-18.05
	3	-9.01	-9.99	-10.61	-11.11	-11.59
	4	-7.24	-7.82	-8.14	-8.36	-8.54
	5	-6.05	-6.43	-6.61	-6.70	-6.76

$\frac{2a+n}{h} = 1,0$). Очевидно, что при $\frac{n}{2a} \leq 10$; $0,2 \leq \frac{2a+n}{h} \leq 1,0$ и $\frac{1}{h} \geq 5$, значение $|\delta| \leq 6,76\%$.

Из приведенных данных следует, что замена сплошных электродов ($\frac{n}{2a}=0$) на электроды с зазором n, величина которых не превышает десятикратной ширины a

электродов ($\frac{n}{2a} \leq 10$) при $0,2 \leq \frac{2a+n}{h} \leq 1,0$ и $\frac{1}{h} \geq 5$, приводит к незначительному уменьшению электрической проводимости ($|\delta| \leq 6,67\%$). Таким образом, для экономии материала, из которого изготовлены электроды, целесообразно сплошные электроды заменять электрически соединенными парами электродов с зазорами между ними.

[1] И.В.Автономов, В.В.Воронцов, В.П.Горелов, Г.А.Пугачев, М.В.Халин. Изв.СО АН СССР, сер.техн.наук, Н.: Наука.Сибирское отделение, 1989, вып.6, с.97-102.
 [2] М.В.Халин. Электротехника, 1996, № 6, с. 56-59.
 [3] Ю.Я.Иоссель, Э.С.Кочанов, М.Г.Струнский. Расчет электрической емкости. 2-е изд. Л.: Энергоиздат, 1981, с. 288.
 [4] П.Ф.Фильчаков, В.И.Панчишин. Интеграторы ЭГДА. Моделирование потенциальных полей на электропроводной бумаге. Киев: Изд-во АН Укр. ССР, 1961, с. 171.

[5] М.Г.Струнский, М.М.Горбов. Бесконтактные емкостные микромеры, Л.: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1986, с. 136.
 [6] И.С.Градиштейн, И.М.Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений, М.: Физматиз, 1963, с. 1100.
 [7] М.В.Халин. Машиностроение и приборостроение. Труды Алт. ГТУ, Барнаул, 1995, № 5, с. 256-262.
 [8] Г.Б.Двайт. Таблицы интегралов и другие математические формулы. М.: Наука, 1978, с. 224.

T.M. Xalina

DÜZBUCAQLI EN KƏSİYİNƏ MALİK KEÇİRİCİ MATERIALDA YERLƏŞDİRİLMİŞ İKİ CÜT KOPLANAR ELEKTRODLAR ARASINDAKI ELEKTRİK KEÇİRİCİLİYİNİN HESABLANMASI

Elektrik sahə gərginliyinin bilavasitə tə'yin edilməsi və konform çevrilmə metodu ilə keçirici materialda simmetrik yerləşdirilmiş koplanaer elektrodların arasındakı elektrik keçiriciliyi hesablanmışdır. Göstərilmişdir ki, elektrodların materiallarına qənaət etmək məqsədi ilə bütöv elektrodları aralarında məsafələr olan, elektriki birləşdirilmiş cüt elektrodlarla əvəz etmək məqsədə uyğundur.



Т.М. ХАЛИНА

T.M. Khalina

**CALCULATION OF ELECTRICAL CONDUCTIVITY BETWEEN TWO PAIRS OF CO-PLANAR ELCTRODES
DISPOSED IN CONDUCTOR OF RECTANGULAR SECTION**

Calculation of electrical conductivity between two co-planar electrodes, disposed symmetrically by method of conform reflection and immediately determination of electrical field strength is carried out. The advantageous of replacement of solid electrodes by the pairs of electrodes with gaps between them with purpose of the material saving is shown.

Дата поступления: 16.09.98

Редактор: А.М. Гашимов