

# УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ПРОТОНОВ НА НЕСФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

**М.М. МИРАБУТАЛЫБОВ**

*Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия,  
Баку, пр. Азадлыг, 20*

Анализ упругого рассеяния электронов и протонов на сферических ядрах позволяет получить информацию о распределении плотности протонов и нейтронов отдельных ядер. В работе показано, что совместный анализ данных по упругому рассеянию электронов и протонов с привлечением спектрскопических данных по измерению зарядового квадрупольного момента уменьшает неопределенность при определении несферических компонентов ядер. Анализ электронного и протонного рассеяния приведен в рамках теории искаженно-волнового приближения. В результате анализа определены параметры распределения заряда и материи в ядрах  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{11}\text{B}$  и, в частности, среднеквадратичные радиусы и квадрупольные моменты материи.

Одновременный анализ упругого рассеяния электронов и протонов на ядрах позволяет более точно определить распределение плотности протонов и нейтронов отдельных ядер, а также поведение важных ядерных характеристических параметров (среднеквадратичных радиусов, толщину поверхности слоя и т.п.) с изменением структуры ядра. Решение подобных задач упирается, в основном, на анализ экспериментальных форм-факторов. Для этого в рамках определенной модели ядра получают сначала пробные функции протонного и нейтронного рас-

пределения и затем рассчитанные форм-факторы сравнивают с экспериментальными. Функции распределения плотности протонов и нейтронов должны убывать при больших  $r$  в соответствии с правильным экспоненциальным законом, как реальные ядерные функции. В центре ядра эти плотности всегда должны выходить на плато, что очень важно в легких ядрах. Все эти важные черты, как показано в [1], имеют место в функции симметризованной Ферми-плотности.

$$\rho_{SF}(r) = \left\{ 1 + \exp[(r - R)/b] \right\}^{-1} + \left\{ 1 + \exp[(-r - R)/b] \right\}^{-1} - 1 = \frac{\sinh R/b}{\cosh R/b + \cosh r/b}, \quad (1)$$

где  $R$  определяет полуспад плотности,  $b$  - ширина поверхностного слоя.

В настоящей работе, одновременно с анализом упругого рассеяния электронов и протонов несферическими ядрами, с использованием при этом функции симметризованной Ферми-плотности привлекаются и спектрскопические данные по измерению зарядового квадрупольного момента.

Запишем распределение плотности нуклонов для несферических ядер [2]

$$\rho(\vec{r}) = \sum_{L=0}^{2J} \begin{pmatrix} J & L & J \\ J & 0 & -J \end{pmatrix} \rho_L(r) Y_{LO}^*(\hat{r}) \quad (2)$$

Мультипольные плотности определены следующим образом:

$$\rho_L(r) = \begin{cases} [4\pi(2J+1)]^{1/2} N_L \rho_{SF}(r) & L = 0 \\ \left( \begin{pmatrix} J & L & J \\ J & 0 & -J \end{pmatrix}^{-1} N_L r^{L-1} \frac{d}{dr} \rho_{SF}(r) \right) & L \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

где

$$\begin{pmatrix} J & L & J \\ J & 0 & -J \end{pmatrix} = (2J)! [(2J-L)! (2J+L+1)!]^{-1/2}$$

Дифференциальное сечение упругого рассеяния электронов (протонов) на несферических ядрах со спином  $J$ , вычисленное методом искаженных волн в высокогенергетическом приближении (ВЭП), с учетом мультиполей в распределении плотности протонов (нуклонов), принимает следующий вид:

$$\sigma(\theta) = \sigma_{Mott}(\theta) \sum_{\substack{L=0 \\ \text{четн}}}^{2J} \frac{Q_L^2}{2L+1} |F_L(q)|^2, \quad (4)$$

Сохранение четности и инвариантности относительно обращения времени требует, чтобы вклады в упругое рассеяние давали только четные мультиполи, ограниченные спином ядра:  $L \leq 2J$  [3].

$$Q_L = \left( \frac{4\pi}{2L+1} \right)^{1/2} \int \rho(\vec{r}) Y_{LO}(\hat{r}) d\vec{r}, \quad (5)$$

$Q_L$  - мультипольный момент.

Сразу же отметим, что  $Q_0$  и  $Q_2$  в (5) нормированы к заряду ( $Z e$ ), и зарядовому квадрупольному моменту ( $Q_{\text{sep}}$ ) при электронном рассеянии, а при протонном рассеянии - к числу нуклонов ( $A$ ) и квадрупольному моменту материи ( $Q_{\text{mat}}$ ), соответственно, т.е.  $Q = Z(A)$ ,  $Q_2 = 1/2 Q_{\text{sep}}(Q_{\text{mat}})$ .

Аналитический вид форм-фактора вискаженно-волновом ВЭП для электронного рассеяния получен в [4], а для протонного рассеяния в [5]. Как показано в этих работах форм-фактор вискаженно-волновом ВЭП –  $F(q)$ , выражается через плосковолновой (борновский) форм-фактор в следующем виде

$$F(q) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma^n F_n(q) \quad (6)$$

Здесь  $\gamma = 1/137$  при электронном рассеянии,  $\gamma = 0.08$  – при протонном.

Все члены  $F_n(q)$  ( $n > 0$ ) выражаются через борновский форм-фактор –  $F_0(q)$  и его производные с помощью следующей рекуррентной формулы [4]

$$i(n+1)F_{n+1}(q) = \alpha_1(\theta) \frac{\partial F_n(q)}{\partial q} + i\alpha_2(\theta) \frac{\partial^2 F_n(q)}{\partial q^2} + \alpha_3(\theta) \frac{\partial^3 F_n(q)}{\partial q^3}, \quad (7)$$

где  $q = 2ksin\theta/2$  – импульс, переданный падающей частицой ядру мишени:  $\alpha_1(\theta), \alpha_2(\theta), \alpha_3(\theta)$  – функции, зависящие от ядерных параметров и угла рассеяния.

Здесь борновский форм-фактор ( $n=0$ ) имеет следующий вид

$$F_0(q) = \frac{4\pi}{q} \int_0^\infty \sin(qr) \rho_{SF}(r) r dr \quad (8)$$

Явное выражение для борновского форм-фактора с симметризованной ферми-плотностью получается в следующем виде

$$F_0(q) = -\frac{4\pi b R}{q sh\pi b q} (\cos qR - (\pi b / R) \sin qR cth\pi b q) \quad (9)$$

Теоретически рассчитанные дифференциальные сечения сравниены с существующими экспериментальными данными для несферических ядер  ${}^6Li$ ,  ${}^9Be$ ,  ${}^{11}B$  со спином  $J=3/2$ . Перед тем как приступить к анализу полученных результатов целесообразно напомнить, что анализ многочисленных экспериментальных работ по упругому рассеянию электронов в плосковолновом борновском приближении на ядрах с ненулевым спином показывает, что несферичность ядер сказывается на дифракционной картине, минимумы которой смазываются и сглаживаются. Глубины этих дифракционных минимумов зависят от формы распределения плотности заряда на поверхности, т.е. они тем глубже, чем резче спадает плотность заряда на границе ядра. С другой стороны, сопоставление сечения упругого рассеяния электронов на сферических ядрах вискаженно-волновом ВЭП с борновским показывает, что эффект искажения имеет важное значение и дает не только сдвиг и заполнение дифракционных минимумов, но и меняет абсолютные значения сечений. Поэтому, важно выявить степень вкладов этих эффектов в сечение

упругого рассеяния электронов на несферических ядрах. С этой точки зрения особый интерес представляет ядро  ${}^6Li$ . Несмотря на необычайную рыхлость этого ядра, значение зарядового квадрупольного момента, полученное спектроскопическими методами, чрезвычайно мало, т.е.  $Q_{\text{зар}} \approx 0.1 \text{ Фм}^2$  [6]. Поэтому из сравнения теоретических сечений искаженно-волнового (сплошная линия) и борновского (пунктирная) с экспериментальными (точки), которые приведены на рис.1, можно выявить лишь эффект вклада искажения в дифракционные минимумы. На рис.2 приведены результаты сопоставления теоретических сечений (сплошная линия) с экспериментальными (точки)

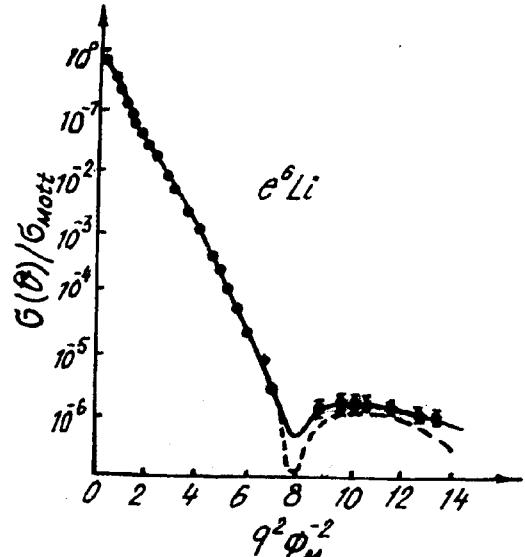


Рис. 1.

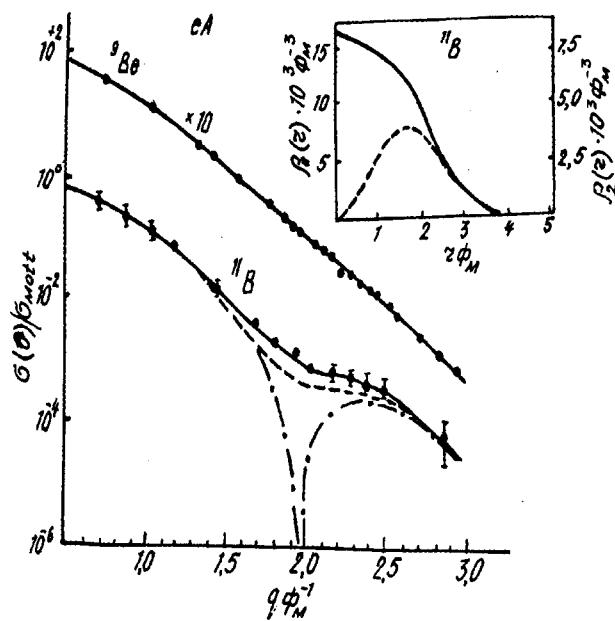


Рис. 2.

для ядра  ${}^9Be$ . Значение зарядового квадрупольного момента полагалось равным  $Q_{\text{зар}}=5,5 \text{ Фм}^2$ , что соответствует результатам работы [7], полученным спектроскопическими методами. На этом рисунке также приведены ре-

зультаты для ядра  $^{11}\text{B}$  зарядовый квадрупольный момент которого равен  $Q_{\text{зар}}=4,1 \text{ Фм}^2$  [8]. Пунктирная линия соответствует сечению без учета деформации, штрих-пунктир – плосковолновое борновское приближение. Кроме того, на этом рисунке показан ход распределения плотности заряда сферически-симметричного  $\rho_0(r)$  и несферического компонента  $-\rho_2(r)$ .

Обычно при вычислении среднеквадратичных радиусов (СКР) несферических ядер ограничиваются монопольной частью распределения плотности и не учитывают зависимость радиус-вектора от углов.

$$r(\theta, \phi) = \left\{ 1 + \sum_{L \geq 2, M} \alpha_{LM} Y_{LM}^*(\theta, \phi) \right\} \quad (10)$$

Однако, было бы целесообразно при вычислении СКР учесть и несферические эффекты ядра. При этом параметр деформации ( $\alpha_{LM}$ ) определяется из сравнения (10) с (2).

В таблице приведены определяемые значения СКР зарядового и нуклонного распределения и параметры  $R$  и  $b$  для соответствующих ядер.

Таблица

Результаты обработки дифференциального сечения упругого рассеяния электронов и протонов на ядрах

Ядра	eA			pA			$\delta = \frac{\rho_{\text{мат}}}{\rho_{\text{зар}}}$
	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ Фм	$R$ , Фм	$b$ , Фм	$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ Фм	$R$ , Фм	$b$ , Фм	
$^6\text{Li}$	2,492	1,481	0,608	2,485	1,332	0,608	6
$^9\text{Be}$	2,804	1,542	0,721	2,678	1,913	0,594	1,81
$^{11}\text{B}$	2,504	2,181	0,516	2,482	1,944	0,529	1,80

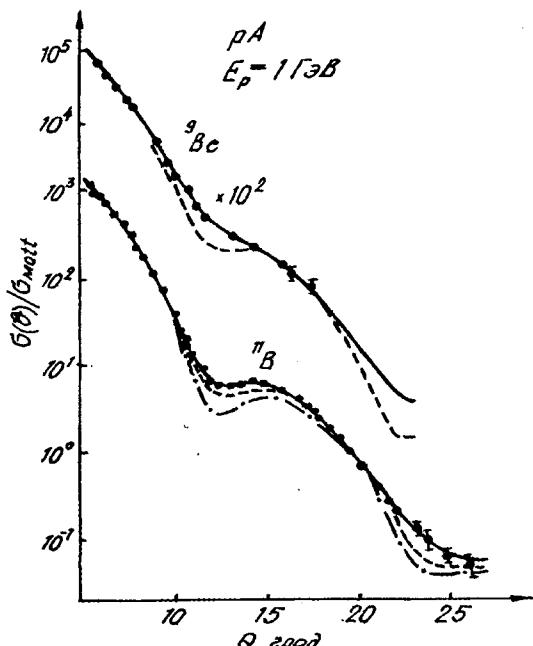


Рис. 3

Анализ экспериментальных сечений [9] упругого рассеяния протонов с энергией ~1 ГэВ на  $^6\text{Li}$ ,  $^9\text{Be}$ ,  $^{11}\text{B}$  проводился без привлечения дополнительных параметров. При этом значения параметров  $R$  и  $b$  определены из протон-

ного рассеяния. Величина квадрупольного момента материи найдена с помощью значений параметра несферического компонента зарядовой плотности, т.е.  $\delta = \rho_{\text{мат}} / \rho_{\text{зар}}$

На рис.3 приведено сравнение теоретических сечений, вычисленных в искаженно-волновом ВЭП (сплошная линия) с экспериментальными (точки). Для ядра  $^{11}\text{B}$  также приведены кривые в плоско-волновом борновским приближении (штрих-пунктир) и без учета деформации (пунктир). В таблице приведены полученные значения параметров для соответствующих ядер.

### Заключение

В настоящей работе проведен анализ экспериментальных данных упругого рассеяния электронов на легких несферических ядрах. При этом получена возможность уменьшить неоднозначность определения плотности несферических ядер. Уменьшение неоднозначности достигается благодаря комплексному подходу к задаче, включенному в себя совместный анализ данных по упругому рассеянию протонов, электронов и спектроскопических измерений зарядового квадрупольного момента.

Традиционно наиболее обобщенными характеристиками ядерной плотности принято считать: для сферической части – среднеквадратичный радиус и для несферической – квадрупольный момент. Обе эти величины учтены при определении среднеквадратических радиусов для несферических ядер.

- [1] Ю.Н. Елдышиев, В.К. Лукьянов, Ю.С. Поль. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 506.
- [2] А.В. Джавадов, А.И. Мухтаров, М.М. Мирабуталыбов, А.П. Тверецкий. Изв. АН СССР, сер. физ., 1979, т. 43, с. 2201.
- [3] R.Pratt, J.D. Walecka. Nucl. Phys., 1965, v. 64, 677.
- [4] А.В. Джавадов, М.М. Мирабуталыбов. Изв. АН СССР, сер. физ., 1975, т. 39, с. 1761.
- [5] М.М. Мирабуталыбов. «Ученые записки», АзГНА, 1996, № 4, с.48.
- [6] L. Wharton et al. Phys. Rev., B 270, 1964, 133.
- [7] O. Sinanoglu, D.R.Bek, Chem.Phys.Lett., 1973, 20, 221.
- [8] R.K.Nesbet. Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 1155.
- [9] Г.Д.Алхазов, О.А.Домченко. Препринт ЛИЯФ, № 575, 1980, Ленинград.

М.М. Mirabutalibov

## QEYRİ-SFERİK NÜVƏLƏRDƏN ELEKTRON VƏ PROTONLARIN ELASTİKİ SƏPİL MƏSİ

Təhrif olunmuş dalğalar yaxınlaşması nəzəriyyəsinə əsaslanaraq, yüksək enerjili elektron və protonların atom nüvəsindən səpilməsi üçün əvvəlki işlərdə analitik şəkildə alınmış differential effektiv kəsiklər qeyri-sferik nüvələr üçün hesablanmışdır. Nuklonların nüvədə paylanması sıxlığı simmetrik fermi-funksiyası şəklində seçilmişdir. Spini  $J=3/2$  olan  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$ ,  ${}^{11}\text{B}$  qeyri-sferik nüvələr üçün hesablanmış differential effektiv kəsiyin təcrübə ilə müqayisəsinə əsaslanaraq bu nüvələrdə nuklonların paylanmasıñ orta kvadratik radiusu, nüvenin səth təbəqəsinin qalınlığı və nüve materiyasının paylanmasıñ qeyri-sferikliyini xarakterizə edən, kvadrupol momenti tapılmışdır.

М.М. Mirabutalybov

## ELASTIC ELECTRON AND PROTON SCATTERING IN NON-SPHERICAL NUCLEUSES

An analysis of the elastic scattering of electrons and protons on non-spherical nucleuses allows to get the information on proton and electron density of separate nucleuses. One of the main uncertainties of the analysis results consists in the choice of nuclear density parameters. This work shows the possibility of a substantial reduction of this uncertainty by recording both the electron and proton scattering time and using spectroscopic data of quadrupole moments charges.

The distorted wave approximation method was used in this analysis. The parameters of the charge and matter distribution, particularly the mean square radius and quadrupole moments have been determined in  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be}$  and  ${}^{11}\text{B}$  nucleuses.