ЭФФЕКТИВНЫЕ КИНЕТИЧЕСКИЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ В СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ ОБРАЗЦАХ

Б.З.АЛИЕВ
Азербайджанский Технологический Институт,
г.Гянджа, ул. 28 мая, 103

К.Б.ГУРБАНОВ
Институт Физики АН Азербайджана,
370143, г. Баку, пр. Джавида, 33

В данной статье мы рассматриваем связь эффективных (измеряемых) коэффициентов характеристик образца в целом с «локальными» кинетическими коэффициентами, характеризующими свойства отдельных слоев. Мы использовали тот же подход, что и в [1], однако, расширили число эффектов и рассмотрели случай произвольного магнитного поля.

Рассмотрим среду, свойства которой пространственно неоднородны в одном из направлений (совместим с ним ось z), и изотропную в плоскости (x, y), перпендикулярной этому направлению. Пусть электрическое поле $\vec{E}$, градиенты температуры T и химического потенциала μ не имеют составляющих по оси z, а магнитное поле направлено по этой оси: $\vec{B}=(0,0,B_z)$. Тогда составляющие вектора локальной плотности тока можно описать уравнением:

$$j_i=\sum_{k=1}^{2}a_{ik}\left(E_k+\frac{1}{e}\frac{\partial\mu}{\partial x_k}\right)-\sum_{k=1}^{2}b_{ik}\frac{\partial T}{\partial x_k} \qquad (1)$$

$i,k=x,y$

Если размеры образца в плоскости (x, y) существенно больше, чем по оси z (в тонкой пленке, например), зависимостью внешних полей от z можно пренебречь. В то же время «обобщенные» кинетические коэффициенты $a_{i,k}$, $b_{i,k}$ характеризующие свойства среды, а, следовательно, и плотности тока j_i функциями z.

Проинтегрировав левую и правую части уравнения (1) по переменной z в пределах от 0 до d (d-толщина образца) и введя обозначение:

$$\frac{1}{d}\int_0^d\varphi(z)dz\equiv<\varphi>$$

получим :

$$<j_i>=\sum_{k=1}^{2}<a_{ik}>\frac{\Im}{\partial x_k}\left(\frac{\mu}{e}-\varphi\right)-\sum_{k=1}^{2}<b>\frac{\partial T}{\partial x_k} \qquad (2)$$

$(i,k=x,y)$

Таким образом, если внешние поля направлены перпендикулярно оси z, то эффективные "обобщенные" коэффициенты равны средним по толщине:

$$(a_{ik})_{эф}=<a_{ik}>;b_{ik})_{эф}=<b_{ik}> \qquad (3)$$

Локальные коэффициенты обладают следующими свойствами симметрии:

$$\left.\begin{aligned}&a_{xx}=a_{yy};\ a_{xx}(B_z)=a_{xx}(-B_z);\\&b_{xx}=b_{yy};\ B_{xx}(B_z)=b_{xx}(-B_z);\\&a_{yx}(B_z)=-a_{xy}(B_z);\ a_{yx}(B_z)=-a_{yx}(-B_z)\\&b_{yx}(B_z)=-b_{xy}(B_z);\ b_{yx}(B_z)=-b_{yx}(-B_z)\end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

Теми же свойствами обладают и усреднения $<a_{ik}>$, $<b_{ik}>$.

В эксперименте обычно определяются не коэффициенты a_{ik} ,b_{ik} или $<a_{ik}>$, $<b_{ik}>$, (в случае неоднородной среды), а некие их комбинации. Рассмотрим наиболее важные и часто исследуемые эффекты сначала для случая однородной среды, используя (1) и (4).

Удельное сопротивление (измеряется в условиях: $\nabla_x T=\nabla_y T=\nabla_x\mu=\nabla_y\mu=j_y=0$)

$$\rho=\frac{j_k}{E_x}=\frac{a_{xx}}{a_{xx}^2+a_{yx}^2} \qquad (5)$$

Коэффициент Зеебека
$(j=0,\ \ \nabla_y T=0)$

$$\alpha=\frac{E_x+\frac{1}{e}\cdot\frac{\partial\mu}{\partial x}}{\frac{\partial T}{\partial x}}=\frac{a_{xx}b_{xx}+a_{yx}b_{yx}}{a_{xx}^2+a_{yk}^2} \qquad (6)$$

Коэффициент Холла:

$$(\nabla_x T=\nabla_y T=\nabla_x\mu=\nabla_y\mu=j_y=0)$$

$$R=\frac{E_y}{j_x B_z}=-\frac{a_{yx}}{a_{xx}^2+a_{yx}^2}\cdot\frac{1}{B_z} \qquad (7)$$

Коэффициент поперечного эффекта Нернста-Эттингсгаузена (ПЭНЭ):

$$(j_x=j_y=\nabla_y T=\nabla_y\mu=0$$

$$Q=-\frac{E_y}{\nabla_x T\cdot B_z}=\frac{b_{xx}a_{yx}-b_{yx}a_{xx}}{a_{xx}^2+a_{yx}^2}\cdot\frac{1}{B_z} \qquad (8)$$

Наиболее простой вид выражения для удельной электропроводности $\nabla_x T = \nabla_y T = \nabla_x \mu = \nabla_y \mu = E_y = 0$

$$\sigma = \frac{j_x}{E_x} = a_{xx} \tag{9}$$

Применительно к рассматриваемой неоднородной среде уравнения (5)...(9) описывают "локальные" кинетические коэффициенты, т.е. коэффициенты, характеризующие свойства тонкого слоя, в пределах которого среду можно считать однородной.

Особенность измерения тех же кинетических коэффициентов в слоисто-неоднородной среде состоит в невозможности при наличии внешних полей обеспечить равенство нулю тока или одной из его составляющих j_x или j_y во всех слоях одновременно. Разорвав токовую цепь, мы задаем условие, $j=0$, или $<j>=0$, но это означает лишь, что токи, текущие в разных слоях компенсируют друг друга. Скорректировав соответственно условия измерения (например, для эффекта Холла $<j_y>=0$,вместо $j_y=0$) и используя (2), мы получим выражения для реально определяемых в эксперименте эффективных кинетических коэффициентов. Они отличаются от (5)...(8) тем, что вместо a_{ik} и b_{ik} в них входят $<a_{ik}>$ и $<b_{ik}>$. Только эффективная удельная электропроводность представляет собой простое усреднение по толщине локальной электропроводности.

$$\sigma_{эф} = <a_{xx}> = <\sigma> \tag{10}$$

В остальных случаях соотношения между измеряемыми эффективными коэффициентами и усреднениями локальных коэффициентов более сложные. Чтобы их получить, выразим a_{ik}, b_{ik} через σ, ρ, R, α, Q с помощью (5), (9):

$$a_{xx} = \sigma; \qquad a_{yx} = -\sigma \frac{R}{\rho} B_z; \tag{11}$$

$$b_{xx} = \sigma(\alpha - Q\frac{R}{\rho}B_z^2); b_{yx} = -\sigma(\alpha\frac{R}{\rho} + Q)B_z \tag{12}$$

Используя (3,10,12) находим:

$$R_{эф} = \frac{<\sigma\frac{R}{\rho}>}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} \tag{13}$$

Тем же способом находим выражения и для других эффективных коэффициентов:

$$\rho_{эф} = \frac{<\sigma>}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} \tag{14}$$

$$\alpha_{эф} = \frac{<\sigma>\left[<\sigma\alpha> - <\sigma\frac{R}{\rho}Q> B_z^2\right]}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} + \frac{\left[<\sigma\alpha\frac{R}{\rho}> + <\sigma Q>\right]<\sigma\frac{R}{\rho}> B_z^2}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} \tag{15}$$

$$Q_{эф} = \frac{<\sigma>\left[<\sigma Q> + <\alpha\sigma\frac{R}{\rho}>\right]}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} - \frac{\left[<\sigma\alpha> - <\sigma\frac{R}{\rho}Q> B_z^2\right]<\sigma\frac{R}{\rho}>}{<\sigma>^2 + <\sigma\frac{R}{\rho}>^2 B_z^2} \tag{16}$$

Выражения для локальных и эффективных коэффициентов ρ, R, α, Q – упрощаются в предельных случаях сильного и слабого магнитных полей. Первый случай реализуется при выполнении условий:

$$\left(\frac{a_{yx}}{a_{xx}}\right)^2 >> 1, \quad \left(\frac{<a_{yx}>}{<a_{xx}>}\right)^2 >> 1; \tag{17}$$

второй при

$$\left(\frac{a_{yx}}{a_{xx}}\right)^2 << 1, \quad \left(\frac{<a_{yx}>}{<a_{xx}>}\right)^2 << 1. \tag{18}$$

В холловской геометрии $(\vec{j} = (j_x, 0, 0);$ $\vec{B} = (0, 0, B_z))$ в однородной среде величина

$$-\frac{a_{yx}}{a_{xx}} = \frac{R}{\rho} B_z \equiv \tilde{U} B_z$$

определяет тангенс угла поворота электрического поля относительно тока (холловского угла):

$$\frac{E_y}{E_x} = \tilde{U} B_z$$

Параметр $\tilde{U}$ имеет размерность подвижности и знак, совпадающий со знаком R. Будем называть

$\tilde{U}$ холловской подвижностью. Величина $|\tilde{U}|$ зависит от напряженности магнитного поля. В случае, когда в переносе участвует один тип носителей заряда, зависимости $R(B_z)$ и $\rho(B_z)$ в однородной среде монотонное и насыщаются при $B_z \to \infty$ (мы исключаем из рассмотрения кв́антующие магнитные поля). Соответственно насыщается и зависимость $\tilde{U}(B_z)$. Для большинства полупроводников относительное изменение $\tilde{U}$ при любых значениях B_z невелико: меньше или порядка единицы. От дрейфовой подвижности величина $|\tilde{U}|$ отличается множителем порядка единицы. В слоисто-неоднородной среде холловский угол равен:

$$-\frac{<a_{yx}>}{<a_{xx}>} = \frac{R_{эф}}{\rho_{эф}} B_z = \tilde{U}_{эф} B_z \qquad (19)$$

Эффективная холловская подвижность (точнее, ее модуль) может существенно отличаться от эффективной дрейфовой. В частности, при наличии слоев с носителями заряда разных знаков может оказаться, что $R_{эф}$ и $|\tilde{U}_{эф}|$ равны нулю, в то время, как дрейфовая подвижность, определяемая соотношением

$$\tilde{U}_{эф} = \frac{\sigma_{эф}}{e<n>} \qquad (20)$$

всегда больше нуля. (Здесь $<n>$ - средняя по толщине концентрация носителей безотносительно к их знаку).

Ясно также, что $|\tilde{U}_{эф}|$ может оказаться меньше, чем локальная $|\tilde{U}|$ для любого из слоев, а условие сильного магнитного поля более жестким.

В дальнейшем, говоря о выполнении условия сильного поля, мы будем полагать, что одновременно $(\tilde{U}(z)B_z)^2 >> 1$ и $u(U_{эф}B_z)^2 >> 1$. Условие слабого магнитного поля соответствует одновременной реализации обратных неравенств.

В сильном магнитном поле

$$a_{xx} \;\; \frac{1}{B_z^2},\; a_{yx} \;\; \frac{1}{B_z},\; b_{xx} \;\; \frac{1}{B_z^2},\; b_{yx} \;\; \frac{1}{B_z},$$

поэтому выражения для кинетических коэффициентов можно упростить, пренебрегая малыми по параметру $(\tilde{U}B_z)^{-2}$ слагаемыми.

При этом

$$\lim_{B_z \to \infty} a_{yx}(z) = -\frac{q(z)n(z)}{B_z},$$

где $q = \pm e$ для дырок и электронов соответственно

$$R^{\infty}(z) = \frac{1}{q(z)n(z)}$$

$$R^{\infty}_{эф} = \frac{1}{<qn>} = \frac{1}{<(R^{\infty})^{-1}>} \qquad (21)$$

Зависимости локальных коэффициентов $\rho(B_z)$ и $\alpha(B_z)$ в сильных полях насыщаются так же, как $R(B_z)$, стремясь к конечным значениям ρ^{∞} и α^{∞}; коэффициенты электропроводности и ПЭНЭ уменьшаются с ростом поля: $\sigma \;\; \frac{1}{B_z^2},\; Q \;\; \frac{1}{B_z^2}$.

Аналогичный характер имеют полевые зависимости эффективных коэффициентов

$$\rho^{\infty}_{эф} = \frac{<\rho^{\infty}(R^{\infty})^{-2}>}{<(R^{\infty})^{-1}>^2} \qquad (22)$$

$$\alpha^{\infty}_{эф} = \frac{<\alpha^{\infty}(R^{\infty})^{-1}>}{<(R^{\infty})^{-1}>}) \qquad (23)$$

$$\sigma_{эф} = <\rho^{\infty}(R^{\infty})^{-2}> B_z^{-2} \qquad (24)$$

$$Q_{эф} = \frac{<Q(R^{\infty})^{-1}>}{<(R^{\infty})^{-1}>} + \frac{<\rho^{\infty}(R^{\infty})^{-2}><\alpha^{\infty}(R^{\infty})^{-1}>}{<(R^{\infty})^{-1}>^2 B_z^2} - \frac{<\alpha^{\infty}\rho^{\infty}(R^{\infty})^{-2}>}{<(R^{\infty})^{-1}>^2 B_z^2} \qquad (25)$$

В слабом поле, если пренебречь квадратичными по B_z поправками, получаем:

$$\rho^0_{эф} = \sigma^{-1}_{эф}; \qquad (26)$$

$$\rho^0_{эф} = <\rho^{-1}>^{-1} \qquad (27)$$

$$\alpha^0_{эф} = \frac{<\alpha\sigma>}{<\sigma>} \qquad (28)$$

$$R^0_{эф} = \frac{<R\sigma^2>}{<\sigma>^2} \qquad (29)$$

$$Q^0_{эф} = \frac{<Q\sigma>}{<\sigma>} + \frac{<\alpha R\sigma^2>}{<\sigma>} - \frac{<R\sigma^2><\alpha\sigma>}{<\sigma>^2} \quad (30)$$

Относительные изменения $\rho_{эф}$ и $\alpha_{эф}$ в слабом магнитном поле пропорциональны B_z^2 и описываются выражениями

$$\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^0_{эф} = \frac{<\frac{\Delta\rho}{\rho}\sigma>}{<\sigma>} + \frac{<R^2\sigma^3>}{<\sigma>}\cdot B_z^2 - \frac{<R\sigma^2>^2}{<\sigma>^2}B_z^2 \quad (31)$$

$$\left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)_{эф} = \left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)_{эф} + \frac{<\Delta(\sigma\alpha>}{<\alpha\sigma>} + \frac{<\alpha R\sigma^2><R\sigma^2>+<Q\sigma><R\sigma^2>}{<\sigma><\alpha\sigma>} - \frac{<\sigma><QR\sigma>}{<\sigma><\alpha\sigma>}B_z^2 \quad (32)$$

В заключение необходимо сделать следующие замечания. В слоисто-неоднородном материале локальные коэффициенты могут отличаться от своих значений в однородной среде того же состава. Может сказываться влияние соседних слоев с другими свойствами, встроенных полей, размерных эффектов и т.п. В простейшем случае, когда неоднородность обусловлена только непостоянством концентрации $n(z)$ использование выше приведенных формул с подстановкой в них локальных коэффициентов $\sigma(n)$, $R(n)$, $\alpha(n)$ и.т.д. оправдано при выполнении условия

$$\frac{1}{n}\cdot\frac{dn}{dz}l << 1,$$

где l – максимальная из характеристических длин (дебройлевской волны, свободного пробега и т.п.). Если речь идет не о непрерывной зависимости $n(z)$, то в слоистой структуре в собственном смысле этого слова, аналогичное условие можно записать в виде:

$d_i >> l$ (d_i – толщина слоев)

Можно надеяться, что основные особенности эффективных коэффициентов будут проявляться, а расчеты будут давать результаты, не очень отличающиеся от истинных, при выполнении менее жесткого неравенства:

$$d_i > l$$

[1] *Гольцман Б.М., Дашевский З.М., Кайданов В.И., Коломоец Н.В.* Пленочные термоэлементы (физика и примене).М.: Наука, 1985

B.Z. Əliyev, K.B. Qurbanov

LAYLI QEYRİ-BİRCİNS SISTEMLƏRDƏ EFFEKTİV KİNETİK ƏMSALLAR

Təqdim edilən məqalədə, sistemi tam xarakterizə edən, effektiv əmsallarla, ayrı-ayrı layları xarakterizə edən "lokal kinetik əmsallar" arasında olan əlaqələr araşdırılmışdır. Məqalədə ixtiyari maqnit sahəsinin tə'siri haqda, çoxsaylı effektlərin araşdırılması aparılaraq, göstərilmişdir ki, laylı qeyribircins materiallarda "lokal kinetik əmsallar", uyğun bircins materiallardakı əmsallardan fərqlənə bilər. Buna səbəb, qeyribircins materiallarda qonşu layların fərqlənən xarakteristikalarının, ölçü effektlərinin və s. tə'sirlərin olması fikri söylənilir.

B.Z. Aliev, K.B. Gurbanov

EFFECTIVE KYNETIC FACTORS IN LAYERLY-INHOMOGENEOUS SYSTEMS

In present article the connection of effective (measured) factors characterizing the sample as a whole with "local" kynetic factors, characterizing the properties of individual layers is considered. Number of effects is expanded and the case of unspecified magnetic field is considered.

Дата поступления: 05.04.2000 *Редактор:А.М. Гашимов*