

НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОПИСАНИЕ ПРОТОН-ЯДЕРНОГО РАССЕЯНИЯ

М.М. МИРАБУТАЛЫБОВ

Азербайджанская Государственная Нефтяная Академия
370007, Баку, пр. Азадлыг, 20.

В рамках искаженно-волнового ВЭП, на основе трехмерной формулировки в аналитическом виде получено выражение амплитуды рассеяния протонов высоких энергий на атомных ядрах. Как следствие короткодействующего характера протон-нуклонного взаимодействия рассеяние протонов на ядрах было представлено как последовательность однократных рассеяний. С помощью предложенного математического метода получена рекуррентная формула, которая позволяет выразить формфактор, полученный в искаженно-волновом ВЭП через борновский формфактор и его производные. В результате анализа экспериментальных сечений по упругому рассеянию протонов с энергией 1ГэВ определены параметры распределения протонов и нейтронов в сферических ядрах ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{90}Zr , ^{208}Pb , в частности, ширина поверхностного слоя нуклонов, среднеквадратичные радиусы протонов, нейтронов и материи. При этом для распределения плотности нуклонов была использована ферми-функция.

Исследование рассеяния протонов на ядрах в области средних и высоких энергий имеет прочную теоретическую основу для применения потенциальных нерелятивистских моделей. Эти модели продемонстрировали свою конкурентоспособность в сравнении с более громоздкими вычислениями, включающими релятивистские динамические эффекты [1]. Эта область энергий заслуживает тщательного изучения и с точки зрения проверки особенностей поведения амплитуды упругого рассеяния нуклонов на ядрах и, особенно, с целью получения более полной информации о геометрических характеристиках эффективно нуклон-нуклонного взаимодействия в ядерной среде.

В настоящей работе в рамках искаженно-волнового высокоэнергетического приближения (ВЭП), на основе трехмерной формулировки, получено выражение амплитуды рассеяния протонов высоких энергий на атомных ядрах.

Матричный элемент перехода представлен в стандартном виде:

$$T_{if} = \langle J_f M_f | \int dr \psi_f^{(-)}(r) V(r, \xi) \psi_i^{(+)}(r) | J_i M_i \rangle \quad (1)$$

При этом, эти волновые функции имеют следующий вид:

$$\psi^{(\pm)}(r, k) = \exp\left\{ ikr \mp i \int_0^\infty V(r \mp ks) ds \right\} \quad (2)$$

Теперь в рамках ВЭП, $E/V \gg 1$, $KR \gg 1$, где R — область действия ядерного потенциала и $\Delta E \ll E$, $|k_i| = |k_f| = k$ — представим [2]

$$\psi^{(+)} \psi_i^{(+)} = \exp[iqr + i\Phi(r)]$$

где

$$\Phi(r) = V(0) \frac{m_p}{k\hbar^2} \left(\frac{(k_f r)}{|k_f|} - \frac{(k_i r)}{|k_i|} \right) + \frac{m_p a}{2k\hbar^2} \left\{ 3k^2 r^2 (k_i r - k_f r) - 2(k_i r)^2 + 2(k_f r)^3 \right\} - b \left\{ [rk_f]^2 + [rk_i]^2 \right\} \quad (3)$$

За время пролета быстрого протона через ядро можно пренебречь изменением положений нуклонов в ядре. Рассеяние происходит в основном вперед — на малые углы. Рассеиваемый протон взаимодействует с несколькими нуклонами ядра — с каждым, который встречается на его пути. Поэтому, как следствие короткодействующего характера протон-нуклонного взаимодействия, рассеяние протона на ядре можно представить как последовательность однократных рассеяний. Учитывая это, ядерный потенциал представляем как сумму составляющих взаимодействий $v = (r-x)$ падающей частицы с отдельными нуклонами рассеивающего ядра

$$V(r, \xi) = \int v(|r-x|) \rho(x, \xi) d^3x \quad (4)$$

В вычислении искажающего члена в волновых функциях рассеивающих частиц предполагаем, что искажение происходит в мезонном поле точечного источника (нуклона) ядра, в потенциале притяжения типа Юкавы:

$v(r) = -f^2 r^{-1} \exp(-k_0 r)$, член f соответствует нерационализованной константе связи, определяемой из эксперимента, $\gamma = f^2 = 0,008$ [3].

Так как энергия связи нуклонов ядра мала по сравнению с энергией налетающего протона, то эффектами связи нуклонов можно пренебречь и, следовательно, амплитуду рассеяния на нуклонах ядра можно заменить амплитудой рассеяния на свободных нуклонах, где амплитуда NN-рассеяния [3]

$$f_{NN}(q') = - \frac{\mu_0}{2\pi\hbar^2} \int e^{iq'r} v(r') d^3r' \quad (5)$$

где $\mu_0 = \frac{m_p m_N}{m_p + m_N}$ приведенная масса q' — импульс передачи падающего протона нуклону-мишени. Учитывая Фурье-преобразование $f_{NN}(q')$ в (4), для матричного элемента перехода имеем:

$$T_{if} = -\frac{\hbar^2}{(2\pi)^2 \mu_0} \sum_{LM} \frac{1}{\sqrt{2L+1}} \int e^{i(q_{\partial\phi} - q')u} d^3 q d^3 u e^{i(q + \Phi(x))} f_{NN}(q') \rho_L(x) Y_{LM}^* d^3 x$$

где

$$q_{\partial\phi} = q + \nabla_u \Phi(u+x) /_{u=0} \quad (6)$$

Здесь нуклон-нуклонная амплитуда параметризована в виде [4]

$$f_{NN}(q') = \frac{ik\sigma}{4\pi} (1 - i\varepsilon_0) e^{-\beta^2 q'^2 / 2} \quad (7)$$

Окончательно, для дифференциального сечения, получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\hbar^4 E^2}{2\mu_0} \cos^2 \theta / 2 \cdot \frac{2J_f + 1}{2J_i + 1} \sum_{LM} \frac{1}{\sqrt{2J+1}} |F_{LM}|^2 \quad (8)$$

где

$$F_{LM}(q) = \int e^{i[qx + \Phi(x)]} f_{NN}(q_{\partial\phi}) \rho_L(x) Y_{LM}^*(\hat{x}) d^3 x \quad (9)$$

$d^3 x = -x^2 dx d\mu$ $d\phi \rho_L(x)$ - радиальная переходная плотность ядра.

Таким образом, задача вычисления сечения рассеяния сводится к вычислению формфактора (9), с помощью которого можно исследовать как упругое, так и неупругое рассеяние.

После частично интегрирование по углам в (9), формфактор сводится к одномерному интегралу ($M=0$) [5].

$$F_{L0}(q) = \pi i \sum_{\varepsilon=\pm 1} \varepsilon \int_0^{\infty} G_{L0}(x, \varepsilon) e^{i[qx\varepsilon + \Phi'(x, \varepsilon)]} \rho_L(x) dx \quad (10)$$

Теперь представим (10) в следующем простом виде:

$$F_{L0}(q) = a_0 F_L(q, \gamma) + a_1 \frac{\partial F_L(q, \gamma)}{\partial q} \quad (11)$$

где

$$F_L(q, \gamma) = 2\pi i \sum_{\varepsilon=\pm 1} \varepsilon \int_0^{\infty} e^{i[qx\varepsilon + \Phi']} \rho_L(x) x dx \quad (12)$$

Таким образом, необходимо вычислить интеграл (12). С этой целью, разложим $F_L(q, \gamma)$ по степени $\gamma \ll 1$ в ряд

$$F_L(q, \gamma) = \sum_{m=0}^{\infty} \gamma^m F_{L,m}(q) \quad (13)$$

где

$$F_{L,0}(q) = 2\pi i \int_0^{\infty} e^{iqx\varepsilon} \rho_L(x) x dx \quad (14)$$

Теперь дифференцируя (13) и (12) по γ , разложим последний по степени γ . После сопоставления полученных результатов, получаем следующую рекуррентную формулу

$$(m+1) F_{L,m+1}(q) = \sum_{n=0}^5 \alpha_n F_{L,m}^{(n)}(q) \quad (15)$$

где

$$F_{L,m}^{(n)}(q) = \frac{\partial^n F_{L,m}}{\partial q^n}$$

Эта рекуррентная формула позволяет выразить формфактор $F_L(q, \gamma)$ в (13) через $F_{L,0}(q)$ - борновским формфактор и его производные.

УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ПРОТОНОВ НА СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ.

Теория диффракционного многократного рассеяния протонов высоких энергий позволяет получить достаточно точную информацию о нуклонных распределениях в ядрах. Известно, что быстрые протоны имеют приблизительно одинаковую чувствительность к протонам и к нейтронам ядра. Поэтому из данных по рассеянию протонов на ядрах можно извлечь сведения об изоскалярной плотности, т.е. о сумме нейтронной и протонной плотностей

$$\rho(r) = \rho_p(r) + \rho_n(r) \quad (16)$$

Распределение плотностей, протонов и нейтронов выбраны в виде ферми-функций

$$\rho_i(r) = \rho_{oi} (1 + e^{\frac{r-R}{a_i}})^{-1} = \rho_{oi} \tilde{\rho}(r | \hbar, a_i), \quad i=p;n \quad (17)$$

Экспериментальные данные по упругому рассеянию протонов с энергией ~ 1 ГэВ, на ядрах ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{90}Zr и ^{208}Pb [6] проанализированы в рамках теории многократного рассеяния в искаженноволновом ВЭП с использованием пробной функции (17). Наилучшее согласие теоретических сечений, достигнутые при определенных наборах значений параметров протонов и нейтронов приведены на рис. 1 и 2, а сами параметры - в таблице.

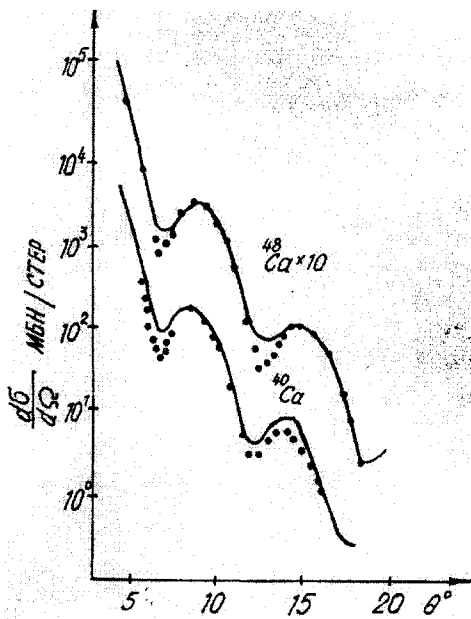


Рис.1

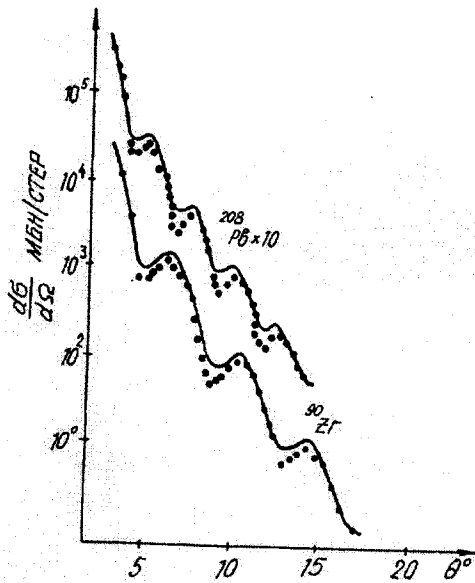


Рис.2

Таблица
Параметры, характеризующие распределение плотности протонов, нейтронов и нуклонов

Ядра	\bar{W}_p	\bar{W}_n	$t=4,4a$ фм	$\langle r_p^2 \rangle^{1/2}$ фм	$\langle r_n^2 \rangle^{1/2}$ фм	$\langle r_m^2 \rangle^{1/2}$ фм	$R \cdot A^{-1/3}$ фм
^{40}Ca	0,60	0,60	2,260	3,920	2,662	3,705	1,020
^{48}Ca	0,64	0,43	2,480	3,590	2,754	3,184	1,023
^{90}Zr	0,40	0,32	2,306	4,308	4,207	4,220	1,040
^{208}Pb	0,60	0,39	1,710	5,482	4,982	5,266	1,048

Как видно из таблицы, хорошее согласие сечений получено при $a_p = a_n = a$, то есть, толщина поверхностного слоя протонов и нейтронов в сферических ядрах одна и та же. Это еще раз свидетельствует о том, что быстрые протоны на поверхностях в сферических ядрах не чувствуют тонкую структуру. Как известно, тонкая структура в распределении плотности протонов выявляется при учете трехпараметрической ферми-функции в упругом рассеянии электронов на ядрах [7].

$$\rho_{p(n)}(r) = \frac{1}{2} [1 \mp \beta(r)] \tilde{\rho}(r),$$

$$\beta(r) = \alpha_0 - \alpha_1 \frac{r^2}{R^2}$$

Параметр $\alpha_0 = (N-Z)/(N+Z)$ соответствует приближению пропорциональных плотностей $\alpha_1 = (Z/A) \bar{W}$, где \bar{W} - некоторый варьируемый параметр, характеризующий тонкую структуру в распределении плотности протонов [7].

Таким образом, распределения плотности протонов и нейтронов в ядрах соответственно принимают следующий вид:

$$\rho_{p(n)}(r) = \rho_{op(n)}^0 \left(1 \pm \bar{W}_{p(n)} \frac{r^2}{2R^2} \right) \tilde{\rho}(r) \quad (18)$$

где

$$\rho_{op}^0 = (Z/A) \rho_0, \quad \rho_{on}^0 = (N/A) \rho_0,$$

а параметры характеризующие тонкую структуру в ρ выражаются следующим образом: $\bar{W}_p \equiv \bar{W}$, $\bar{W}_n = (Z/N) \bar{W}_p$, ρ_0 - определяется из условия нормировки распределения плотности нуклонов ядра.

На рис. 3 приведены графики распределения плотностей протонов и нейтронов. Параметры этих распределе-

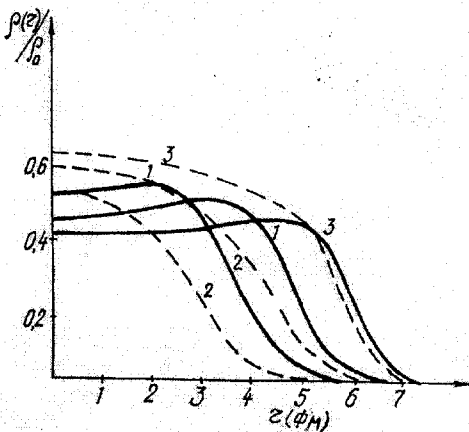


Рис.3.

Для того, чтобы выполнялось условие (17), выберем распределение протонных и нейтронных плотностей в следующем общем виде:

ний получены из совместного анализа экспериментальных сечений в искаженноволновом ВЭП протонного и электронного рассеяния на соответствующих ядрах [7].

Все параметры элементарных амплитуд (7) выбраны, согласно данным по упругому нуклон-нуклонному рассеянию [4] $\sigma=4,75\text{Фм}^2$, $\varepsilon=-0,25$, $\beta=0,2\text{Фм}$.

- [1] C.I. Horowitz, D. Murdock. Phys.Rev., 1987, vol. C.35, p. 1442-1462.
[2] А.В.Джасадов, М.М.Мирабуталыбов. Изв.АН СССР, сер. физ., 1978, т. 42, с. 1875-1879.
[3] H.F. Arellano, F.A. Brieva. Phys. Rev., 1996, vol. C. 54, p. 2570-2581.
[4] Т.Д. Алхазов. Изв.АН СССР, Сер.физ. 1984, т. 48, с.1858-1862.

- [5] М.М. Мирабуталыбов. Ученые записки. №4, с.48-55, Азерб.ГНА, Баку, 1996.
[6] Markus Sim. Phys.Rev. Lett., 78, 1997, p.4161-4164.
[7] А.В.Джасадов, М.М.Мирабуталыбов. Изв.АН СССР, Сер.физ.1978, т.42, с.1869-1873.

М.М. Mirabutalybov

PROTON-NÜVƏ SƏPİLMƏSİNİN QEYRİ-RELYATIVİSTİK NƏZƏRİYYƏSİ

Yüksək enerji protonların atom nüvəsindən səpilmə amplitudasının analitik şəkli təhrif olunmuş dalğalar üçün yüksək enerjilər yaxınlaşmasında alınmışdır. Proton-nuklon qarşılıqlı təsirin yaxına təsir olduğunu nəzərə alaraq, proton-nüvə səpilməsi ardıcıl proton-nuklon səpilməsi kimi ifadə olunmuşdur. Təklif olunmuş riyazi metoda əsasən alınan rekurrent düsturun köməyi ilə təhrif olunmuş dalğalardakı formfaktoru ilə ifadə olunmuşdur.

Protonların sferik nüvələrdən elastiki səpilməsinin differensial effektiv kəsiyinin nəzəri və təcrübi qiymətlərinin müqayisəsinə əsasən atom nüvələrində protonların, neytronların və nuklonların paylama funksiyaların, bu paylamaların orta-kvadratik radiusları və səth təbəqəsinin qalınlığı tapılmışdır.

M.M. Mirabutalybov

NONRELATIVISTIC DESCRIPTIONS OF PROTON-NUCLEAR SCATTERING

The proton-nuclear scattering amplitude refers to the distorted wave approximation within the framework in analytical type. Nuclear potential exists in free NN amplitude and nuclear density. The suggested mathematical method has determined the recurrent formula that allows to express the obtained of the form factor through Born's one. Calculations have been carried out for differential cross section for 1 Gev proton elastic scattering on ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{90}Zr , ^{208}Pb .

Theoretical proton nuclear scattering cross sections were found to be in good agreement with experimentation. Thus, the parameters of the proton and neutron distributions and also the mean-square radiuses were determined.