

REAL QAZLARIN DROSSELLƏNMƏSİNƏ DAİR

C.Y. NAZİYEV

Azərbaycan Dövlət Neft Akademiyası
370012, Bakı, Azadlıq pr., 20

Klauzius hal tənliyinə tabe olan real qazın axması zamanı adiabatik drossellənməyə baxılıb. Qazın kritik parametrləri, inversiya temperaturu və inversiya əyrisinin maksimal parametrləri təyin edilib.

Qazların və mayələrin drossellənməsi (əzilməsi) məsələsi termodinamikada xüsusi əhəmiyyət kəsb edir. Texnikanın bir çox sahələrində drossellənmədən geniş istifadə edilir: soyuducu maşınlarda, kriogen qurğularında, daxili yanma mühərriklərində, buxar və qaz turbinlərində, reaktiv mühərriklərdə, raket texnikasında, qaz borularında və i.ə.

Bu, baxımdan hər bir real qazın drosselləndikdə özünü necə aparmasını həm nəzəri, həm də praktiki cəhətdən öyrənmək vacibdir.

Drossellənmə adiabatik və dönməyən prosesdir [1-3]. Ümumiyyətlə, o zərərli hadisədir. Çünki axma zamanı qaz mexaniki müqavimətdən keçir. Lakin texnikada ondan səmərəli istifadə edirlər.

Drossellənmə zamanı ideal qazın temperaturu dəyişmir. Amma real qaz drosselləndikdə o qıza da bilər, soyuya da bilər və onun temperaturu sabit qala bilər. Bu qazın təbiətindən və onun başlanğıc parametrlərindən asılıdır.

Ədəbiyyatdan məlumdur ki, Klauzius hal tənliyi belədir [4]

$$\left[p - \frac{a}{T(v+c)^2} \right] (v-b) = RT, \quad (1)$$

burada p – qazın təzyiqi; T – temperaturu; v - xüsusi həcmi; a, b, c – tənliyin sabitləridir.

Tənlikdən istifadə etmək üçün onu aşağıdakı şəkildə yazmaq əlverişlidir

$$p = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{T(v+c)^2}. \quad (2)$$

Maddənin kritik (böhran) halının şərtlərindən istifadə edərək Klauzius qazının kritik parametrlərini (p_k, v_k, T_k) təyin edək.

Kritik şərtə görə

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = 0; \quad \left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right)_T = 0. \quad (3)$$

(2) tənliyindən $T=const$ halında birinci və ikinci törəmələri alaıq

$$\left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = -\frac{RT}{(v-b)^2} + \frac{2a}{T(v+c)^3} = 0 \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial v^2} \right)_T = \frac{2RT}{(v-b)^3} - \frac{6a}{T(v+c)^4} = 0 \quad (5)$$

(4) asılılığını (5)-ə bölsək alarıq ki,

$$\frac{v-b}{2} = \frac{v+c}{3} \quad (6)$$

buradan

$$v_k = 3b + 2c. \quad (7)$$

İndi (4) bərabərliyindən T_k -i tapaıq

$$T_k^2 = \frac{2a(v_k - b)^2}{R(v_k + c)^3} = \frac{8a}{27R(b+c)}.$$

Onda

$$T_k = \sqrt{\frac{8a}{27R(b+c)}} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2a}{3R(b+c)}}. \quad (8)$$

(2) tənliyindən p_k -ı tapmaq olar

$$p_k = \frac{RT_k}{v_k - b} - \frac{a}{T_k(v_k + c)^2}. \quad (9)$$

Məlum T_k və v_k -in qiymətlərini (7) və (8) ifadələrindən (9) tənliyinə qoysaq alarıq

$$p_k = \frac{a}{18(b+c)^2 \sqrt{\frac{2a}{3R(b+c)}}}. \quad (10)$$

İndi, əksinə, a, b və c sabitlərini kritik parametrlərlə ifadə edək.

Köməkçi düsturlardan istifadə edək. Təyin edə bilirik ki,

$$T_k p_k = \frac{a}{27(b+c)^2}, \quad \square \quad (11)$$

$$\frac{T_k}{p_k} = \frac{8(b+c)}{R}. \quad (12)$$

(7), (11) və (12) asılılıqlarından təyin etmək olar

$$c = \frac{3RT_k}{8p_k} - v_k, \quad (13)$$

$$b = v_k - \frac{RT_k}{4p_k}, \quad (14)$$

$$a = \frac{27R^2 T_k^3}{64 p_k}. \quad (15)$$

Universal tənlik üçün çox vacib olan kritik sıxılma əmsalını tapaq

$$z_k = \frac{p_k v_k}{RT_k} = \frac{3b + 2c}{8(b + c)} = \frac{3}{8} - \frac{c}{8(b + c)}. \quad (15,a)$$

İndi də Klauzius qazının drossellənməsinə baxaq. Axının termodinamikasından məlumdur ki, qaz drosselləndikdə onun temperaturu aşağıdakı qanunla dəyişir

$$dT = \frac{T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p} dp, \quad (16)$$

burada c_p – qazın izobar istilik tutumudur, $c_p > 0$.

(16) tənliyini təhlil edək. Drossellənmədə həmişə təzyiq düşür, $dp < 0$ olur. Deməli, temperaturun keyfiyyətcə dəyişməsi $[T(\partial v / \partial T)_p - v]$ kəmiyyətinin işarəsindən asılı olacaq, çünki $c_p > 0$. Kəsrin surəti mənfi olsa $dT > 0$, deməli drosselləndikdə qaz qızacaq; müsbət olsa $dT < 0$, yəni qaz soyuyacaq; əgər surət sıfıra bərabər olsa $dT = 0$, deməli drossellənmədən sonra qazın temperaturu dəyişməz. Üçüncü halı texnikada bilmək çox vacibdir. Bu hala qazın

inversiyası deyilir, temperatur isə inversiya temperaturu adlanır. Diaqramlarda inversiya əyrisi temperaturun dəyişməsinin sərhəd əyrisi olur.

İnversiya əyrisinin tənliyi (16) tənliyindən alınır.

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = 0. \quad (17)$$

Bəzən inversiya əyrisinin tənliyi kimi identik tənlik götürülür

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v + v \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_T = 0. \quad (18)$$

Alçaq təzyiqlər üçün (atmosfer təzyiqi ətrafında) inversiya temperaturunu tapaq.

(2) tənliyinə belə forma verək

$$pv = pb + RT - \frac{a(v-b)}{T(v+c)}. \quad (19)$$

$p = const$ şəklində bu tənliyi differensiallayaq və (17) ifadəsində nəzərə alaraq

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = \frac{RT^2(v+c)^3 + a(v-b)(v+c) - pvT(v+c)^3 + av(v-2b-c)}{pT(v+c)^3 - a(v-2b-c)} = 0.$$

(19) tənliyindən pv -nin qiymətini burada yerinə yazaq

$$T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v = \frac{-pbT(v+c)^3 + 3av^2 - 4avb + avc - 2abc}{pT(v+c)^3 - a(v-2b-c)} = 0. \quad (20)$$

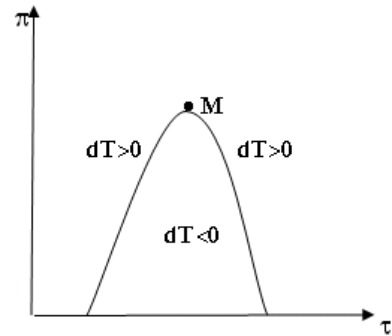
Alçaq təzyiqlər üçün $p = RT/v$ yazaq

$$\begin{aligned} T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v &= \frac{-RT^2b(v+c)^3/v + 3av^2 - 4avb + avc - 2abc}{RT^2(v+c)^3/v - a(v-2b-c)} = \\ &= \frac{-RT^2b + 3av^3/(v+c)^3 - (4avb - avc + 2abc)v/(v+c)^3}{RT^2 - a(v-2b-c)v/(v+c)^3} = 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Kiçik təzyiqlərdə qəbul edək ki, $p \rightarrow 0$, $1/v \rightarrow 0$, onda (21) ifadəsi sadələşər; eyni zamanda $v^3/(v+c)^3 \approx 1$ olduğundan

$$\begin{aligned} T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v &= \frac{-RT^2b + 3a \frac{v^3}{(v+c)^3}}{RT^2} = 0, \\ -b &\approx \frac{3a}{RT^2}, \quad T_{inv}^2 \approx \frac{3a}{Rb}, \\ T_{inv} &\approx \sqrt{\frac{3a}{Rb}} \approx 3,21T_k. \end{aligned} \quad (22)$$

İnversiya tənliyinə (17) görə pT diaqramında inversiya əyrisi temperatur azaldıqca əvvəl yuxarı qalxır, sonra maksimum nöqtəni M keçərək azalmağa başlayır (şəkil 1).



Şəkil π - τ koordinatlarında göstərilib, haradakı π və τ uyğun olaraq götürülmüş təzyiq və temperaturdur. Əgər qazın halı əyri içərisindəki sahəyə düşərsə o dros-

selləndikdə soyuyar, əyridən xaricdəki sahəyə düşərsə (19) tənliyindən birinci törəməni alsaq ($p=\text{const}$)
o qızar, əyri üzərinə düşərsə qazın temperaturu dəyişməz. Beləliklə, əyrinin təyini xüsusi əhəmiyyət kəsb edir.

$$\left[p - \frac{av}{T(\nu+c)^3} + \frac{a(2b+c)}{T(\nu+c)^3} \right] \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p = R + \frac{av}{T^3(\nu+c)^2} - \frac{ab}{T^2(\nu+c)^2}. \quad (23)$$

İkinci törəməni alaq ($p=\text{const}$)

$$\left[p - \frac{a(\nu-2b-c)}{T(\nu+c)^3} \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial T^2} \right)_p + \left[\frac{2a(\nu-3b-2c)}{T(\nu+c)^4} \right] \cdot \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p^2 + \left[\frac{2a(\nu-2b-c)}{T^2(\nu+c)^3} \right] \cdot \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p + \frac{2a(\nu-b)}{T^3(\nu+c)^2} = 0. \quad (24)$$

(23) bərabərliyini sadələşdirək. Qəbul edək ki, $p(\partial \nu / \partial T)_p = R$. Onda (23)-dən alarıq

$$\frac{2a(\nu-2b-c)}{T^2(\nu+c)^3} \cdot \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p = \frac{-2a(\nu-b)}{T^3(\nu+c)^2} \quad (25)$$

Bu qiyməti (24) tənliyində nəzərə alaq

$$\left[p - \frac{a(\nu-2b-c)}{T(\nu+c)^3} \right] \cdot \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial T^2} \right)_p + \left[\frac{2a(\nu-3b-2c)}{T(\nu+c)^4} \right] \cdot \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p^2 = 0 \quad (26)$$

(26) ifadəsindən istifadə etmək üçün inversiyanın tənliyindən əlavə şərti alaq. (17) tənliyindən T və p -yə görə törəmə alaq.

$$T \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial T^2} \right) + \left[T \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial T \partial p} \right) - 2 \left(\frac{\partial \nu}{\partial p} \right)_T \right] \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{inv} = 0 \quad (27)$$

İnversiya əyrisinin maksimum şərtinə görə

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_{inv} = 0; \text{ deməli } \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial T^2} \right) \text{ da sıfır olacaq. Bunu (26)}$$

ifadəsində nəzərə alsaq ikinci hədd də sıfır olacaq.

(17) tənliyindən inversiya şərtinə görə

$$\left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_p = \frac{\nu}{T}; \quad \left(\frac{\partial \nu}{\partial T} \right)_T^2 = \frac{\nu^2}{T^2}, \text{ deməli}$$

$$\frac{2a(\nu-3b-2c)}{T(\nu+c)^4} = 0$$

olar.

Buradan

$$\nu_{max} = 3b + 2c = \nu_k. \quad (28)$$

T_{max} temperaturunu tapmaq üçün (18) tənliyindən istifadə edək. Tənliyin ikinci həddini (4) tənliyindən alaq

$$\nu \left(\frac{\partial p}{\partial \nu} \right)_T = - \frac{RT\nu}{(\nu-b)^2} + \frac{2a\nu}{T(\nu+c)^3}. \quad (29)$$

(18) tənliyinin birinci həddini (2) tənliyini $\nu=\text{const}$ şərtində differensialladıqda almaq olar

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\nu = \frac{RT}{\nu-b} + \frac{a}{T(\nu+c)^2}. \quad (30)$$

Onda

$$T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_\nu + \nu \left(\frac{\partial p}{\partial \nu} \right)_T = \frac{-RTb}{(\nu-b)^2} + \frac{a(3\nu+c)}{T(\nu+c)^3} = 0.$$

Buradan

$$T_{max}^2 = \frac{4a(9b+7c)}{27Rb(b+c)} = T_k^2 \frac{9b+7c}{2b}.$$

Beləliklə,

$$T_{max} = \sqrt{\frac{9b+7c}{2b}} \cdot T_k \quad (31)$$

Maksimal təzyiqi (20) tənliyindən almaq olar

$$-pbT(\nu+c)^3 + a(3\nu^2 - 4\nu b + \nu c - 2bc) = 0,$$

$$p_{max} = \frac{a(3\nu_{max}^2 - 4\nu_{max}b + \nu_{max}c - 2bc)}{bT_{max}(\nu_{max}+c)^3}.$$

T_{max} və ν_{max} -un qiymətlərini yerinə yazsaq alarıq

$$p_{max} = \frac{2p_k}{3b} (15b+14c) \sqrt{\frac{9b}{2(9b+7c)}} \approx 7,1p_k \left(1 + \frac{c}{b} \right) \sqrt{\frac{9b}{9b+7c}}. \quad (32)$$

ν_{max} , T_{max} və p_{max} -u bilərək z_{max} -u təyin etmək olar

REAL QAZLARIN DROSSELLƏNMƏSİNƏ DAİR

$$z_{\max} = \frac{p_{\max} \cdot v_{\max}}{RT_{\max}} = \frac{(15b + 14c)(3b + 2c)}{4(b + c)(9b + 7c)}. \quad (33)$$

- [1] V.A. Kirillin, V.V. Sıçev, A.E. Şeyndlin. Texniçeskaya termodinamika. M.: Enerqiya. 1968. 472 s. (Rusca). [3] S.O. Hüseyinov, Y.M.Naziyev. Termodinamika (axının termodinamikası). Bakı. AzPI. 1981. 53 s.
- [2] E.E. Şpilrayn, P.M. Kesselman. Osnovı teorii teplofiziceskix svoystv veşestv. M.: Enerqiya. 1977. 248 s. (Rusca). [4] Obzorı po teplofiziceskim svoystvam veşestv. M.: İVTAN. 1986. №1, 57, 127 s. (Rusca).

Дж.Я. Назиев

О ДРОССЕЛИРОВАНИИ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ

В статье рассмотрено дросселирование реальных газов, подчиняющихся уравнению Клаузиуса. Определены критические параметры газа и максимальные параметры кривой инверсии.

J.Y. Naziyev

ON THROTTLING OF REAL GASES

The throttling of real gases, submitted to Klauzius equation is considered in the given paper. The critical gas parameters and maximal parameters of inversion curve are defined.

Received: 16.09.06