

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ ХАОТИЗАЦИИ В ПЛАЗМЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

И.К. КАМИЛОВ, К.М. АЛИЕВ, Н.С. АБАКАРОВА, Х.О. ИБРАГИМОВ

Институт физики

Дагестанского научного центра РАН,

367003, ул. М.Ярагского 94, Махачкала, Россия

Полупроводники, как сложные динамические системы, под воздействием внешних параметров (электрические и магнитные поля, освещенность, температурные градиенты, инжекция) проявляют сильно нелинейное поведение, приводящее к разнообразным явлениям неустойчивости, генерации колебаний и волн, возникновению хаотических состояний, спонтанному образованию пространственных и временных структур. Эти явления имеют место, когда под воздействием перечисленных выше внешних параметров полупроводник переводится в состояние далекое от термодинамического равновесия за счет постоянного обмена и диссипации энергии. Образование подобных пространственно-временных диссипативных структур трактуется как переход полупроводника в качественно новое состояние и вызывает в настоящее время повышенный интерес с точки зрения синергетических явлений и неравновесных фазовых переходов. Хорошая воспроизводимость, высокое пространственно-временное разрешение и сравнительная легкость исследования многих эффектов сделали полупроводники наиболее подходящими модельными системами для изучения сложной нелинейной динамики и синергетических процессов.

Полученные ранее результаты исследований нелинейной динамики и хаоса в полупроводниках, были основаны на эффектах кинетики только одного типа носителей тока, связанных с ударной ионизацией мелких примесей при очень низких температурах или с процессами генерации и рекомбинации носителей заряда [1].

Количество работ, посвященных изучению двухкомпонентных систем (электронно-дырочная плазма) или их исследованию при высоких температурах, незначительно и далеко не исчерпывает те возможности, которые предсказаны результатами теоретических исследований [2].

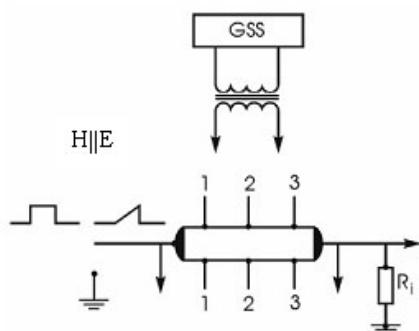


Рис.1 Схема подключения образца

Для обработки полученных в результате наших экспериментов данных и для введения в компьютер временных реализаций колебаний напряжения и тока использовался двухканальный аналого-цифровой преобразователь с частотой выборки 200 МГц. На их основе строились

фазовые портреты, бифуркационные диаграммы, мощностные спектральные характеристики и определялась размерность системы. Для исследования отклика системы использовался прикладываемый к образцу гальванически развязанный через импульсный трансформатор внешний периодический сигнал, регулируемый в широких пределах амплитуды и частоты. Автоматизированная экспериментальная установка позволяла плавно изменять параметры надкритичности в широкой области параметрического пространства. Схема подключения образцов приведена на рис. 1

1. ВИНТОВАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ В ОСЦИЛЛИСТОРЕ ГЕРМАНИЯ.

Мы представляем результаты экспериментального исследования нелинейной динамики, связанной с развитием неустойчивости Кадомцева-Недоспасова (винтовая неустойчивость или осцилляторный эффект) в инжектированной электронно-дырочной плазме (ЭДП) германия в продольных электрических и магнитных полях при высоких параметрах надкритичности в температурном интервале 77-300 К [3].

Подробно изучено влияние на неустойчивость тока в ЭДП Ge гармонического сигнала различной амплитуды и частоты, который вводился в систему как дополнительный управляющий параметр в точках бифуркации эволюционного сценария. При этом исследованы такие характерные для динамической системы явления как захват частоты, усиление или ослабление внешнего сигнала, а также вопросы устойчивости и хаотизации системы. Определены некоторые универсальные постоянные и критические индексы.

На рис.1.1 приведены результаты натурального эксперимента, выполненного нами при $T=77$ К. На экране осциллографа зарегистрирован сценарий Фейгенбаума [4], начиная с порога возникновения неустойчивости Кадомцева-Недоспасова вплоть до хаотического состояния. Постоянные δ , вычисленные из нашего эксперимента, существенно расходятся с теоретически предсказанными. Причем они не совпадают и между собой, в зависимости от температуры и других условий постановки эксперимента. В то же время постоянная $\alpha \approx 2.5$ находится в соответствии с теорией в пределах ошибки эксперимента.

С нашей точки зрения истинным параметром, определяющим сценарий развития динамической системы, является локальное электрическое поле, а не среднее $E_{cp}=V/L$ (где V - напряжение, приложенное к образцу длиной L). Для подтверждения своего предположения мы измерили временные реализации на отдельных участках образца и показали, что одновременно в одном и том же образце могут существовать несколько аттракторов с соответствующими бассейнами притяжения, в зависимости от локального значения электрического поля и кон-

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ ХАОТИЗАЦИИ В ПЛАЗМЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

центрации носителей тока. На рис. 1.2 приведены одновременно измеренные временные реализации (1), фазовые портреты (2) и мощностные характеристики (3) для одного и того же значения приложенного внешнего напряжения и магнитного поля ($H=4,5$ кЭ, $U=6,4$ В, $T=77$ К). Фазовые портреты, построенные по различным парциальным падениям напряжения на образце, отражают не только двумерную проекцию аттрактора, но могут интерпретироваться как прямые измерения временной и пространственной когерентности между четко локализованными областями исследуемого образца. На рис.1.2 хорошо видны циклы разных периодов, соответствующие различным временным реализациям в отдельных областях образца.

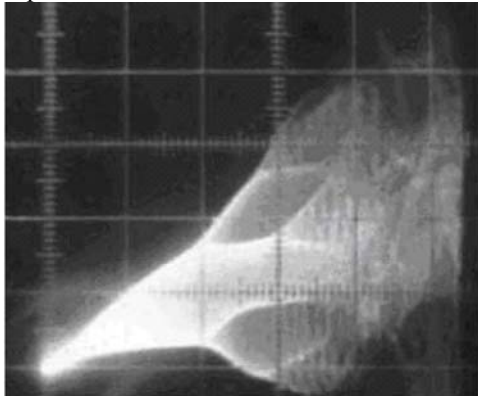


Рис. 1.1 Бифуркационная диаграмма развития сценария Фейгенбаума

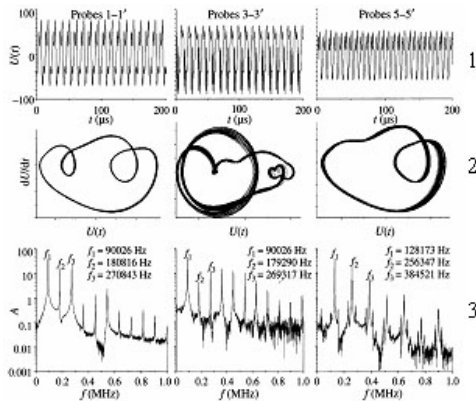


Рис. 1.2 Временные реализации (1), фазовые портреты (2) и мощностные характеристики (3) для $H=4,5$ кЭ, $U=6,4$ В, $T=77$ К

Потеря пространственной когерентности между различными частями образца указывает, видимо, на распад связанной многокомпонентной полупроводниковой системы на более независимые подсистемы с большим числом степеней свободы.

По временным реализациям, полученным с отдельных пар зондов, вычислялась фрактальная размерность и размерность Каплана – Йорка [5, 6] на отдельных участках образца. Результаты эксперимента приведены на рис.1.3. Зависимости размерностей системы на разных участках образца от параметра по электрическому полю хотя и схожи качественно, но сильно отличаются по величине. Фрактальная размерность и размерность, определенная по экспонентам Ляпунова, совпадают и количественно.

Параметрами для нашей системы являются не только внешнее электрическое и магнитное поле, уровень инжекции, температура, но и угол φ между \mathbf{E} и \mathbf{H} , т.е. отклонение от их строгой параллельности. Известно, что осцилляторный эффект имеет место в растворе $\varphi = \pm 7^\circ$ около $\mathbf{E} \uparrow \mathbf{H}$. Развитие винтовой неустойчивости по эволюционному сценарию Фейгенбаума происходит при достаточно строгом расположении образца параллельно магнитному полю, т.е. при $\varphi \rightarrow 0^\circ$. Экспериментально подтверждено, что большое отклонение от $\varphi \rightarrow 0^\circ$ приводит к сценарию развития неустойчивости через квазипериодичность (сценарий Рюэля – Такенса – Ньюхауса) [7].

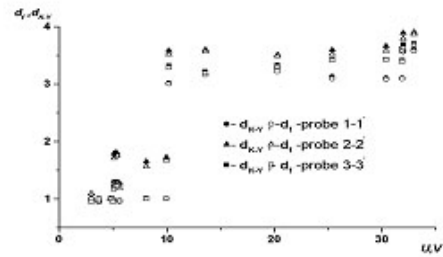


Рис.1.3 Фрактальная размерность и размерность Каплана-Йорка на отдельных участках образца

В зависимости от величины угла φ мы наблюдали в одном и том же образце при заданном значении магнитного поля \mathbf{H} переходы к хаосу как через последовательность бифуркаций удвоения периода, так и через квазипериодичность. На рис. 1.4 приведены отображения Пуанкаре для случаев, когда имеют место: А - две несоизмеримые частоты, которые соответствуют двумерному тору со всюду плотной упаковкой; В - распад тора перед началом хаотизации; на остальных рисунках изображено образование структур с эллиптическими и седловидными траекториями.

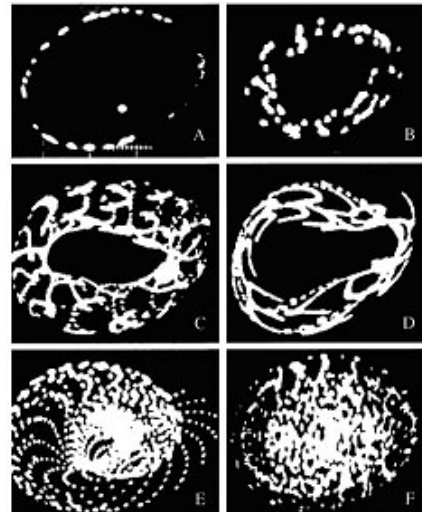


Рис. 1.4 Отображения Пуанкаре, когда имеют место: А - две несоизмеримые частоты, которые соответствуют двумерному тору со всюду плотной упаковкой; В - распад тора перед началом хаотизации; на остальных рисунках изображено образование структур с эллиптическими и седловидными траекториями.

На рис. 1.5 без детального анализа приведена картина динамического хаоса, соответствующая случаю перехода к хаотическому состоянию через перемежаемость, где хорошо видны всплески хаотичности на фоне ламинарных фаз.



Рис. 1.5 Сценарий перехода к хаотическому состоянию через перемежаемость

Отклик нелинейной динамической системы, находящейся в автоколебательном режиме или докритическом предпороговом состоянии, на внешние периодические сигналы зависит от частоты и амплитуды этого воздействия [8]. В зависимости от частоты расстройки $\Delta = \omega_{\text{вн}} - \omega_0$, где ω_0 – собственная частота автоколебательной системы, а $\omega_{\text{вн}}$ – внешняя частота, в нелинейных динамических системах как теоретически [9, 10], так и экспериментально [11] обнаружены различные виды бифуркаций, эффекты усиления малого сигнала [12], а также явления синхронизации (или захвата) частоты на основном тоне, гармониках и субгармониках внешнего воздействия.

Как уже отмечалось выше, внешнее воздействие к системе может быть приложено либо аддитивно и играть роль внешней силы (силовое воздействие), либо оно может входить в систему мультипликативно и играть роль изменяющегося параметра (параметрическое воздействие). Мы в наших экспериментах рассматриваем оба случая воздействия на систему. Отдельно нами изучались случаи, когда образец находился в автоколебательном режиме (абсолютная неустойчивость) и когда образец находился в предпороговом состоянии (конвективная неустойчивость) [3]. Также отдельно рассматривались случаи воздействия внешнего сигнала на систему в точках бифуркаций и при приближении к хаотическому состоянию.

Если подбором внешних параметров E и H , возбуждающих неустойчивость в образце, вывести систему в состояние перехода из неустойчивого фокуса на предельный цикл, и в этих условиях приложить к образцу малый внешний периодический сигнал, то будут наблюдаться эффекты усиления этого сигнала (как в параметрическом, так и в силовом вариантах его воздействия на систему) с последующим его подавлением при выходе системы на предельный цикл при больших амплитудах автоколебаний (рис.1.6).

Увеличение амплитуды внешнего сигнала приводило к качественно новым изменениям. Нами ставился следующий эксперимент. Внешнее периодическое воздействие задавалось с постоянной частотой, но с увеличивающейся амплитудой, и исследовалось ее влияние на систему с ростом параметра по электрическому полю E , при-

ложенному к образцу. Обнаружено, что с ростом амплитуды внешнего сигнала при малых значениях параметра E амплитуда собственных автоколебаний на частоте ω_0 обращается в ноль, т. е. наступает синхронизация (захват) частоты, и имеет место эффект усиления внешнего сигнала. Этот механизм захвата частоты, который проявляется при достаточно больших амплитудах внешней силы, обычно называют «синхронизацией гашением» [8].

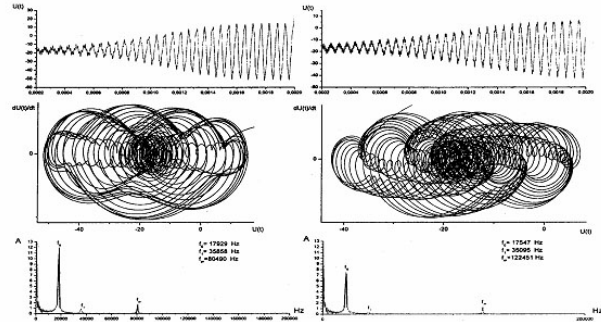


Рис. 1.6 Усиление сигнала с последующим его подавлением при выходе системы на предельный цикл при больших амплитудах колебаний

Отметим, что при предшествующих синхронизации малых амплитудах внешнего сигнала в образце возникают разные режимы биений, которым в фазовом пространстве соответствуют различные виды перестраивающихся, в зависимости от частоты расстройки, двумерных торов. При переходе к режиму синхронизации торы распадаются, и в фазовом пространстве появляется предельный цикл, что характерно для больших амплитуд внешнего воздействия, т. е. для «синхронизации гашением». Для малых амплитуд периодического воздействия характерен резонанс на двумерном торе при захвате частоты: появление замкнутой траектории предельного цикла. В зависимости от отношения амплитуд внешнего параметра, т. е. приложенного к образцу электрического поля и периодического воздействия, в реальных системах может превалировать тот или иной механизм синхронизации.

Известно, что для винтовой неустойчивости конвективный режим существует при допороговых значениях параметров E и H , когда истинные критерии абсолютной неустойчивости еще не выполняются [3]. В условиях конвективного режима мы исследовали при $T=77$ К влияние внешнего периодического сигнала постоянной амплитуды в широком диапазоне частот на поведение винтовой неустойчивости при значениях напряженности магнитного поля $H=1.8; 3.1$ и 6.1 кЭ и приложенных импульсных значениях электрических напряжений $V=5.3; 3.5$ и 2.2 В, соответственно, в параметрическом режиме. Образец выводился в режим возбуждения абсолютной неустойчивости подбором величины электрического поля при $H=\text{const}$, определяющей пороговую частоту. Затем величина напряжения уменьшалась до исчезновения колебаний, и при этом прикладывалось периодическое возмущение к первой паре зондов у p^+ -контакта, а временные реализации пространственного отклика системы изучались у пары зондов, расположенных ближе к p^+ -контакту. Амплитуда на выходе генератора переменного напряжения поддерживалась постоянной, а частота подбиралась произвольно, но таким образом, чтобы в образце возникали явления бифуркации, захвата частоты, по-

тери устойчивости, что контролировалось одновременно с помощью фазовых портретов и мощностных спектральных характеристик.

Как и в случае абсолютной неустойчивости, когда к системе прикладывается внешний сигнал параметрически, в образце, как показывает спектральная мощностная характеристика, возбуждалась собственная пороговая частота ω , появлялась внешняя частота с четными гармониками вплоть до 8ω и некоторые другие гармоники, представляющие собой суперпозиции этих частот. На фазовых портретах в большинстве случаев возникали двумерные торы с замкнутыми или разомкнутыми траекториями в зависимости от числа вращения основных гармоник или же циклы с периодами до 6-8 ω . Усиление внешнего сигнала носило резонансный характер (рис.1.7).

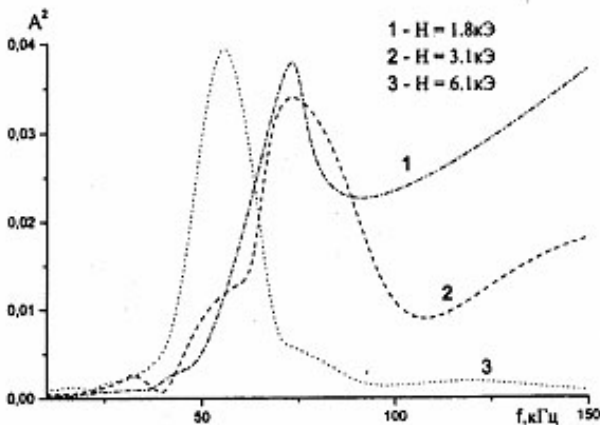


Рис. 1.7 Резонансный характер усиления внешнего сигнала

Величина усиления (до 30 dB) зависела не только от частоты внешнего сигнала, но и от того, в какой области параметрического пространства (E, H) исследовалась система.

Более интересны результаты по усилению, когда внешний сигнал возбуждал в образце собственную пороговую частоту, и они оказывались в кратном (2, 3, 4) соотношении между собой. Обнаружено не только возникновение, но значительное усиление собственной частоты ω_0 при наложении внешнего сигнала $2\omega = \omega_0$, превосходящее в 12-15 раз амплитуду внешнего сигнала. Резонансное усиление такого порядка наблюдалось и при $\omega_0 = 4\omega$. Во всех этих случаях при приближении к резонансу имеет место явление захвата частоты и на фазовом портрете вместо двумерного тора возникает цикл соответствующего периода. До возникновения синхронизации на спектральных характеристиках появляются слабые по мощности гармоники, кратные обеим частотам, с большим знаменателем (до 60), которые “подстраивают” систему в последующем через их участие в суперпозиции к резонансным явлениям.

2. РЕКОМБИНАЦИОННАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТОКА В ГЕРМАНИИ С ЗОЛОТОМ.

В реальной системе экспериментально проверена одномерная теоретическая модель [13, 14], разработанная для электронного германия, компенсированного золотом, когда в сильных электрических полях рекомбинационная

нестабильность ведет систему к неустойчивости и токовым осцилляциям. Модель учитывает не только временную, но и пространственную эволюцию возникающего в системе высокополевого домена при изменении приложенного напряжения V и коэффициента эмиссии β , т.е. в пространстве параметров напряжение – эмиссия. В зависимости от области этого параметрического пространства система демонстрирует три различных режима функционирования (омический, погашенный и пролетно-временной), возникают субдомены, и наблюдаются другие новые свойства, нехарактерные для типичных нелинейных систем. Эти же свойства в нелинейном режиме могут проявляться и в случае эффекта Ганна [15, 16], техническое применение которого в полупроводниковых прикладных устройствах чрезвычайно важно, т.к. исходные уравнения в моделях очень схожи.

Рекомбинационная неустойчивость тока, впервые обнаруженная Стафеевым [17], Бонч-Бруевичем и др. [18-20], достаточно подробно изучена, как типичная линейная система, в n-германии с золотом в температурном интервале 16-35 К. Имеется целый ряд работ по исследованию этой неустойчивости и в других материалах [21-26], легированных Ni, Mn.

Нами впервые обнаружена рекомбинационная неустойчивость тока в p-Ge(Au) при 77 К и подробно исследована одномерная теоретическая модель [13, 14] в широкой области двухпараметрического пространства (V, β). Эксперимент проводился при 77 К в импульсном режиме «генератора напряжения» с длительностью импульса до 500 мкс. Для изменения коэффициента эмиссии использовалось освещение от обычной лампы накаливания (100 Вт) и/или инжекция неравновесных носителей с контактов.

Исследованные образцы были изготовлены на основе дырочного германия, легированного сурьмой и компенсированного золотом, с концентрацией примесей с глубокими уровнями $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, подвижностью $2.9 \cdot 10^4 \text{ см}^2/\text{В} \cdot \text{с}$ и удельным сопротивлением $2,0 \cdot 10^5 \text{ Ом} \cdot \text{см}$ при 77 К. Образцы вырезались в форме прямоугольных брусков длиной $8 \div 3 \text{ мм}$ и сечением 1 мм^2 . Для получения хорошей инжекции неравновесных носителей на противоположные концы образца наносились контакты из индия с 0,5% галлия и олова с 7% сурьмы.

ВАХ образцов в зависимости от величины коэффициента эмиссии содержали вначале омические или суперлинейные участки, которые в последующем переходили на насыщение тока или N-образные с колебаниями тока большой амплитуды, когда коэффициент модуляции по токовому импульсу достигал 90%. Увеличение напряжения приводило к резкому росту тока или к S-образию на ВАХ. На рис. 2.1 приведена типичная ВАХ для образца в случае световой генерации неравновесных носителей. Возникающие в образце колебания, в соответствии с теорией и экспериментом [18-26], объясняются периодическим возникновением, движением и разрушением области сильного электрического поля (домена) на контакте. Изучение распределения поля по длине образца показало, что в случае p-Ge(Au), в противоположность результатам для n-Ge(Au), высокополевого домен образуется всегда у анода и движется в сторону катода. Величина

электрического поля в области анода достигала 2,8 кВ/см при среднем значении поля в образце 300 В/см.

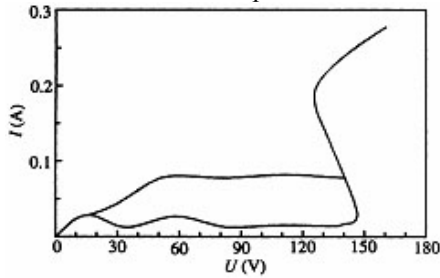


Рис. 2.1 ВАХ образца в случае световой генерации неравновесных носителей.

На рис. 2.2 приведены временные реализации, фазовые портреты колебаний тока в образце и спектральные мощностные характеристики для них при заданной освещенности и различных, но существенных для сравнения с теоретической моделью, значениях приложенного потенциала. Ситуация на рис.2.2(1) соответствует случаю, когда коэффициент эмиссии β большой, т.е. домен не может поддерживать свою форму, его рост прекращается, и он гасится прежде, чем достигнет катода.

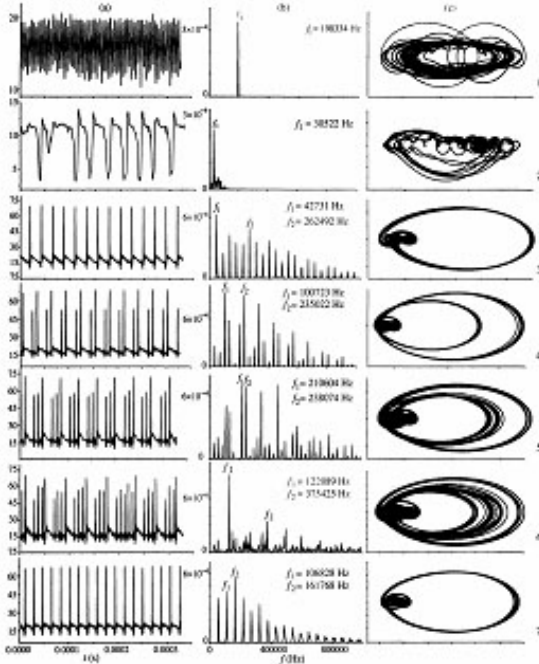


Рис. 2.2 Временные реализации, фазовые портреты и спектральные мощностные характеристики при заданной освещенности и различных значениях приложенного потенциала.

Остаточный домен, согласно модели [1], начинает расти опять, цикл повторяет сам себя, и эта, более высокочастотная мода, названа «погашенной» (quenched). Хотя, с нашей точки зрения, название «пульсирующая» больше соответствовало бы реальной ситуации в образце. Переход от погашенной моды к пролетно – временной происходил в зависимости от параметров надкритичности двумя путями. Первый – через перемежаемость, когда амплитуда малых колебаний погашенной моды медленно возрастает до внезапного появления пика с большой амплитудой или амплитуда погашенной моды уменьшается, сами колебания становятся менее регуляр-

ными, а пики с большой амплитудой встречаются чаще. При этом ламинарной фазой перемежаемости являлись колебания погашенной моды, а турбулентными всплесками – колебания пролетно – временной моды. Вторым путем, когда система при некоторых параметрах скачком изменяла пространственную структуру волны, как это приведено на рис.2.2(2). При дальнейшем увеличении приложенного потенциала подвижный домен вырастал достаточно большим, чтобы добраться до катода, и система демонстрировала колебательное поведение, частота которого определяется временем, в течение которого подвижный домен перемещается от анода к катоду (рис.2.2(3)). Эта ситуация соответствует пролетно-временной (transit-time) моде подвижных доменов в теоретической модели. Кроме того, модель [13] предполагает возникновение субдоменов при соответствующем подборе параметров пространства в системе. На рис.2.2(4, 5, 6) приведены случаи возникновения 1, 2, 3 и более субдоменов. При этом частота появления основных доменов уменьшается, промежутки между ними заполняются субдоменами, одновременно растет шумовая компонента в системе. Нами обнаружены случаи, когда число субдоменов в образце не всегда постоянно, хотя параметры системы во время измерений поддерживались постоянными (рис. 2.2(6)). Дальнейший рост потенциала приводил к скачкообразной перестройке системы и ее самоорганизации: в образце снова повторялся однодоменный случай (рис.2.2(7)). При этом главный пик вновь возникающей однодоменной моды всегда превышал по частоте главный пик предыдущей однодоменной моды, что связано с ростом скорости домена, обусловленным увеличением дрейфовой скорости при увеличении приложенного потенциала. Таких переходов типа порядок - беспорядок - порядок при заданном значении интенсивности освещения во всем интервале приложенных напряжений, вплоть до S-переключения, обнаружено три. В промежуточных значениях параметрического пространства обнаружены хаотические состояния, соответствующие перемежаемости, которые, возможно, связаны с взаимодействием различных мод колебаний. Образование субдоменов и соответствующие им колебания с периодами 2, 3, 4, 6 и 8 не вписываются в известные стандартные сценарии перехода к хаотическому состоянию (скажем, через удвоение периода Фейгенбаума [27]) и не могут быть описаны соответствующими универсальными операторами и константами, характерными для обычного детерминированного хаотического состояния.

Так называемый «омический» режим модели [13] нами наблюдался в эксперименте либо в случае слишком высокой интенсивности генерации неравновесных носителей за счет освещения или инжекции, либо когда при заданном темпе генерации электрические поля не были достаточно высокими, чтобы процессы захвата на глубокие уровни превалировали над процессом эмиссии. Из анализа экспериментальных результатов следует, что заданный режим функционирования системы (например, двухдоменный режим) можно поддерживать в достаточно широкой области параметрического пространства, если одновременно увеличить интенсивность освещения и величину электрического поля, приложенного к образцу. Перед S-переключением (катастрофой) в образце наблюдалось беспорядочное образование доменов, что

больше напоминает явление перемежаемости в обычных детерминированных системах. Время существования доменов и их количество перед переключением трудно контролируемы в системе и чрезвычайно чувствительны к изменению как электрического поля, так и коэффициента эмиссии.

Одномерная теоретическая модель [13, 14] экспериментально исследована также в «коротких» образцах р-Ge(Au) в определенных подобранных областях параметрического пространства при инжекции с контактов и одновременном освещении «коротких» р⁺-р⁺-структур с d=1÷3мм. «Короткие» не в смысле соотношения d<L_D, где L_D – диффузионная длина, а сравнительно с длинами образцов, исследованных ранее [28, 29].

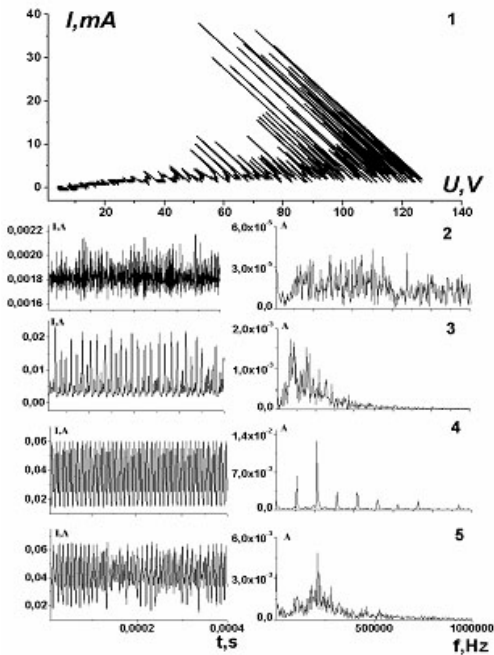


Рис. 2.3 Вольтамперная характеристика (1), временные реализации и спектры мощности (2-5) при различных значениях напряжения на образце.

На рис.2.3 показаны вольтамперная характеристика (1), временные реализации и спектры мощности (2-5) при различных значениях напряжения на образце: 2 - 25.8 В, 3 - 36.7 В, 4 - 47.5 В, 5 – 56 В. Отличительной особенностью ВАХ для сравнительно «коротких» образцов в случае освещения и отсутствия инжекции с контактов является плавный переход от омического участка ВАХ к сублинейному (рис.2.3 (1)) с возникновением хаотических колебаний с началом сублинейности и с полосой сплошных шумов (рис. 2.3 (2)), из которых с ростом приложенного напряжения возникают пикообразные колебания доменного типа, которые иногда носят периодический характер, проявляют удвоение, утроение и т.д. периода (рис.2.3. (4)), а на большей части сублинейного участка ВАХ представляют собой хаотические колебания, напоминающие перемежаемость (рис.2.3.(5)). Амплитуда модуляции импульса с колебаниями тока при этом достигает 90%, спектральная характеристика представляет собой полосу сплошных шумов, а ВАХ с дальнейшим ростом напряжения переключается на S-образии.

В случае одновременной инжекции с контактов и освещения с ростом напряжения на ВАХ имеет место плавный переход линейного участка в суперлинейный с по-

следующим переходом на сублинейный или N-образии. На рис. 2.4 приведены временные реализации, фазовые портреты и спектры при значениях приложенного напряжения: 1 - 20.8 В, 2 - 31.4 В, 3 - 102.4 В, 4 - 100.5 В. В начале сублинейного участка возникают колебания тока, близкие по форме к когерентным (рис.2.4(1)), которые с ростом приложенного напряжения через квазипериодичность (рис.2.4(2)) переходят в хаотические колебания (рис.2.4(3)). Дальнейшее увеличение напряжения приводит к пикообразным колебаниям доменного типа (рис.2.4(4)), которые в некоторых областях параметрического пространства проявляют колебания периода 2, 3, 4, а в последующем, перед S-переключением, переходят в хаотическое состояние через перемежаемость.

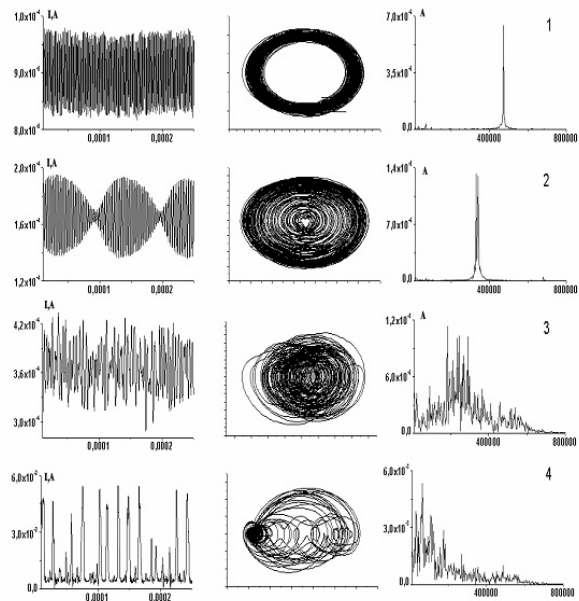


Рис. 2.4 Временные реализации, фазовые портреты и спектральные мощностные характеристики при различных значениях приложенного напряжения.

Наиболее интересные результаты получены в образцах с длиной d=1÷2мм с инжектирующими контактами при одновременном освещении. На рис.2.5 показана эволюция ВАХ образца при плавном увеличении приложенного напряжения и заданной величине освещенности. Хорошо видны плавный переход от омического режима к суперлинейному и возникновение колебаний тока при переходе ВАХ к сублинейности (рис.2.5 (1)). Перед S-переключением, как мы уже говорили, в образце возникают шумы большой амплитуды, а само S-переключение происходит уже в виде колебаний большой амплитуды, близких по форме к когерентным колебаниям (рис.2.5 (2)). Две ветви ВАХ (восходящая и нисходящая) образуют предельный цикл. Дальнейшее увеличение напряжения приводит к циклам периода 2 и 3 (рис.2.5 (3) и рис.2.5 (4)), и шумовая компонента при этом в образце начинает снова резко возрастать, что приводит к нарушению когерентности колебаний и формированию S-образия (рис.2.5 (5)). Положительные ветви участка после S-переключения заполнены шумами большой амплитуды, что подтверждается мощностной спектральной характеристикой. Дальнейшее увеличение параметра по-

электрическому напряжению приводит к возникновению второго S-образия (рис.2.5 (6)), на положительной ветви, которой шумы полностью плавно затухают. Необходимо отметить, что восходящие и нисходящие ветви ВАХ проявляют на обоих участках S-переключения значительный гистерезис ~ 25%.

Приведенные экспериментальные результаты полностью подтверждают теоретическую модель [13]. Обнаружены три режима функционирования системы: омический, погашенный и пролетно-временной. Установлено существование в системе одно-, двух- и более субдоменичных состояний и переходов типа порядок-беспорядок, осуществляемых через перемежаемость или нестандартный сценарий перехода к хаотическому состоянию.

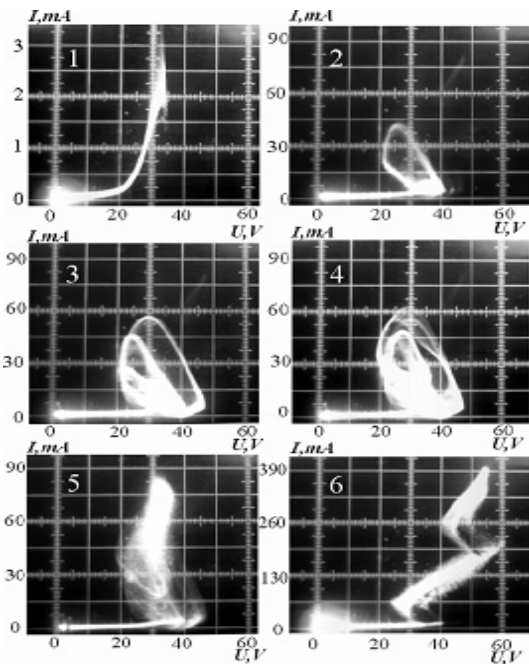


Рис. 2.5 Эволюция ВАХ образца при плавном увеличении приложенного напряжения и заданной величине освещенности

3. ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ СТОХАСТИЧЕСКИЙ РЕЗОНАНС В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ БИСТАБИЛЬНОЙ СИСТЕМЕ.

Исследования последних лет показали, что шум в нелинейных системах может играть конструктивную роль, индуцируя более упорядоченные режимы, приводящие к образованию регулярных структур, увеличению степени когерентности отношения сигнал – шум и т.д. [30]. Одним из ярких примеров указанного типа поведения нелинейных систем при воздействии шума является эффект стохастического резонанса, заключающийся в сильном отклике нелинейной системы на слабый внешний сигнал при оптимальном подборе интенсивности внешнего шума в системе [31].

Возможность постановки задачи Крамера для систем с хаотической динамикой, в которых сосуществуют несколько аттракторов и слабый внутренний шум, была теоретически показана в работах [32,33]. В результате этих исследований был открыт принципиально новый эффект, названный детерминированным стохастическим резонансом. Роль интенсивности шума в этом случае играет параметр системы, контролирующей медленный

временной масштаб системы и, следовательно, ее спектральные свойства. Квазипотенциал, являющийся аналогом свободной энергии для неравновесного стационарного состояния и зависящий только от переменных состояния и параметров системы, принимает минимальные значения на аттракторе. При воздействии на систему периодического сигнала подбором параметров можно добиться совпадения периода сигнала и среднего времени переключения с одного аттрактора на другой, т.е. условий аналогичных случаю стохастического резонанса. Отметим, что внутренние шумы, присущие хаотическим системам в точках кризисов аттракторов при вариации управляющих параметров, видимо, играют определенную роль при резонансах, особенно в режимах перемежаемости, экспоненциально чувствительных к шумам [34-36].

Для экспериментальной проверки теории детерминированного стохастического резонанса нами использовалась полупроводниковая бистабильная система на основе двойноинжекционной структуры p-Ge<Au> с S-образной вольтамперной характеристикой (ВАХ), которая в области переключения проявляет хаотическое поведение с перемежаемостью [37-40].

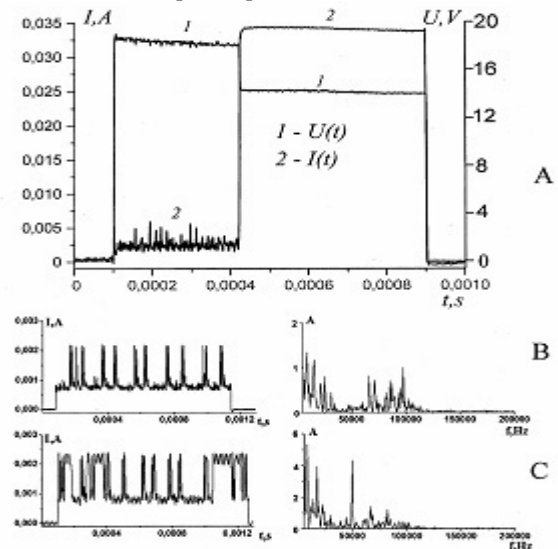


Рис. 3.1 импульсы напряжения и тока на S-участке ВАХ (А); импульсы тока и их спектральные характеристики без и при наложении внешнего сигнала

При подборе соответствующего порогу импульсного напряжения вольтамперная характеристика исследуемой структуры переключалась на S-образии, что демонстрируют временные развертки напряжения $U(t)$ и тока $I(t)$ на рис. 3.1А. На ступеньке токового импульса до S-переключения хорошо видны обусловленные процессами доменизации в образце хаотические колебания, о которых мы сообщали ранее [48 - 51]. Если нагрузочное сопротивление, включенное последовательно с исследуемой структурой, подобрать по величине равным отрицательному сопротивлению на S-участке ВАХ, то система переходит в колебательный режим, напоминающий перемежаемость, с полосой сплошных шумов на мощностных спектральных характеристиках (рис.3.1В) с фрактальной размерностью $D=2,23$. При наложении на эту систему малого внешнего гармонического сигнала с соответствующим подбором частоты в указанных условиях

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ И ПРОЦЕССЫ ХАОТИЗАЦИИ В ПЛАЗМЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

на мощностной спектральной характеристике на фоне полосы сплошных шумов появляется резкий пик (рис.3.1С). Регулируя параметр ϵ по электрическому полю и подбирая частоту внешнего сигнала, можно добиться резонансного усиления этого сигнала.

На рис.3.2А приведен случай такого усиления на токовом импульсе. У основания импульса виден внешний прикладываемый к системе сигнал, а прямоугольный импульс тока модулирован уже усиленным сигналом. Величина усиления достигала 40 Дб. Заметим, что резонансные частоты с хорошей когерентностью соответствуют значениям двойной величины характерного времени при S-переключении, которое, в свою очередь, зависит от параметра по электрическому полю. Необходимо отметить, что резонансное усиление с большой модуляцией импульса наблюдалось и на периоде $2T$ (рис.3.2В), но при этом когерентность усиливаемого сигнала заметно ухудшалось.

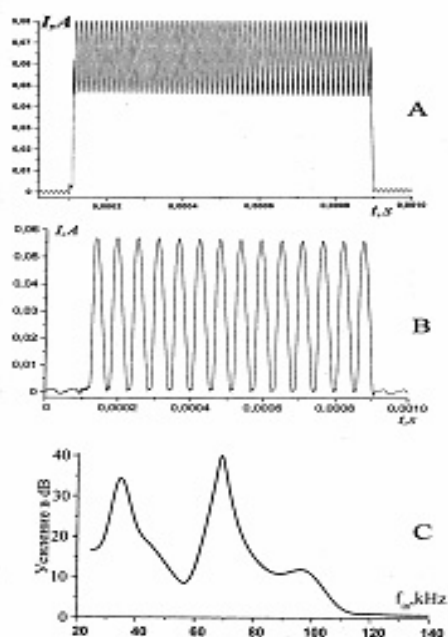


Рис. 3.2 импульсы тока при резонансном усилении внешнего сигнала

Отдельно было экспериментально проверено усиление внешнего сигнала в диапазоне частот $20 \div 200$ кГц при заданном значении параметра по электрическому полю 20 В и постоянной амплитуде внешнего гармонического сигнала. Результаты эксперимента приведены на рис. 3.2С. При отсутствии внешнего шума фазовая траектория принадлежит тому или иному аттрактору, в зависимости от величины параметра по электрическому полю и от начальных условий. Устойчивыми точками для бистабильной системы могут являться нижние и верхние значения точек S-переключения. Если рассмотреть динамику системы в отсутствие внешнего шума для достаточно больших амплитуд внешнего сигнала, то процесс переключения станет принципиально нелинейным, и его статистика будет существенно зависеть от параметра по электрическому полю ϵ . Согласно теории [30], средняя частота переключений монотонно растет с увеличением параметра ϵ в определенной области его значений.

На рис.3.3А представлена зависимость коэффициента усиления от величины параметра ϵ , иллюстрирующая эффект стохастического детерминированного резонанса. Максимум усиления достигается в той области значений параметров, в которой частота Крамерса близка к частоте внешнего сигнала.

Эффект захвата частоты является универсальным, реализуется в широком классе динамических систем с режимом перемежаемости и характерен для систем, в которых проявляется стохастический резонанс. Явление захвата средней частоты переключений внешним сигналом для различных значений параметра ϵ иллюстрирует рис.3.3В. Частотный диапазон, представленный на графике, ограничен областью строгой когерентности сигнала. Как и следовало ожидать, с ростом амплитуды внешнего сигнала область синхронизации увеличивается. Кроме того, рис. 3.3В демонстрирует наличие порога синхронизации. Таким образом, эффект внешней синхронизации частоты в детерминированной хаотической системе уверенно регистрируется. Аналогичная зависимость для эффекта вынужденной синхронизации, проявляющегося в захвате частоты переключения периодическим сигналом на плоскости параметров «амплитуда внешнего сигнала – значение управляющего параметра», дана на рис.3.3С.

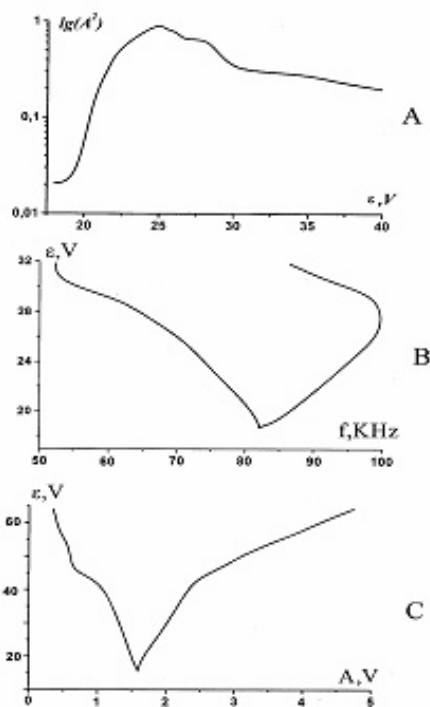


Рис. 3.3 Зависимость усиления внешнего сигнала от управляющего параметра

Следует отметить, что пороговые значения параметров по электрическому полю, частоте и амплитуде при стохастическом резонансе и отмеченной выше областью захвата частоты не совпадают между собой при входе в эти области и выходе из них, т.е. наблюдается гистерезис по этим параметрам. Весьма интересное явление, связанное с этим, описано ниже. На рис. 3.4а приведены импульсы тока при резонансном усилении внешнего сигнала и заданных значениях параметров по электрическому полю, амплитуде и резонансной внешней частоте. Если при таких условиях, поддерживая постоянными парамет-

ры по электрическому полю в образце и амплитуду внешнего сигнала, увеличивать только частоту для выхода из области синхронизации, то наблюдается экспоненциальное уменьшение амплитуды тока с дальнейшей ее стабилизацией на уровне 0,77% от резонансного значения (рис.3.4б). Дальнейшее увеличение частоты приводит к последующему уменьшению амплитуды и распаду импульса на 2, 3 и более зубцов импульсов (рис.3.4с, d, e) и, далее, – к хаотическому состоянию, напоминающему перемежаемость (рис.3.4ф). Таким образом, с помощью частоты можно управлять амплитудой модуляции импульса и количеством самих импульсов в данном временном интервале.

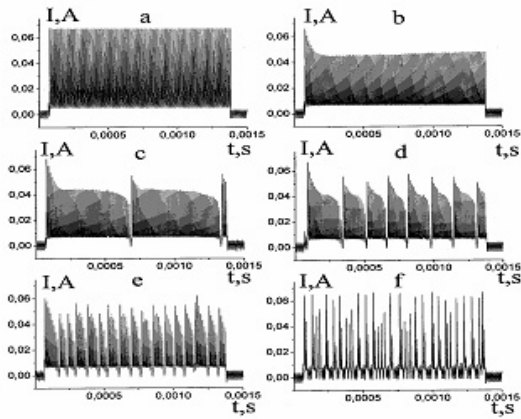


Рис. 3.4 Перестройка структуры волны при выходе из области резонанса в зависимости от частоты внешнего сигнала

Представленные результаты экспериментально подтверждают большинство теоретических предположений о возможности детерминированного стохастического резонанса в реальной полупроводниковой бистабильной системе с перемежаемостью. В частности, экспериментально обнаружены резонансное усиление внешнего сигнала, эффект стохастической синхронизации средней частоты переключения бистабильной системы и эффект вынужденного захвата частоты при больших амплитудах внешнего сигнала, который обычно называют «синхронизацией гашением».

4. МНОГОЗНАЧНЫЕ ВОЛЬТАМПЕРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ В ТУННЕЛЬНЫХ ДИОДАХ

Экспериментально исследовано влияние внешнего высокочастотного (до 50 МГц) сигнала амплитудой до 100 мV на поведение динамических ВАХ более 20 туннельных диодов (марка АИ301) в режиме генерации, а также взаимодействия приложенного сигнала и собственных частот диодов. Интерес к подобным исследованиям вызван обнаружением стохастического резонанса в системах с туннельным диодом [41 - 44], детерминированного стохастического резонанса в полупроводниковых бистабильных системах [45, 46], а также интенсивными поисковыми работами в области пространственно-временной нелинейной динамики, включая хаотические состояния в низкоразмерных структурах, таких как резонансные туннельные диоды [47,4 8] и др.

Все измерения проводились в импульсном режиме генератора напряжения. Восходящие и нисходящие ветви

ВАХ в пропускном направлении туннельных диодов записывались на треугольных импульсах с длительностью $\tau_n=20\div 200 \mu s$. Причем, генератор позволял в широких пределах изменять скорость нарастания и спада напряжения импульсов. Динамика переходных процессов изучалась на прямоугольных импульсах напряжения с длительностью $\tau_n=10\div 100 \mu s$. На рис. 4.1(А) приведена типичная ВАХ для туннельного диода, когда последовательно включенное в цепь диода нагрузочное токоснимающее сопротивление равно 40Ω без параллельной диоду емкости. Область осцилляций на прямоугольных импульсах в режиме генерации соответствует напряжениям $200\div 700 mV$.

Наиболее характерные формы колебаний с ростом приложенного к диоду напряжения с соответствующими им фазовыми портретами показаны на рис. 4.1(В, С, D). Колебания тока представляют собой режимы с заострениями (spiking), аналогичные обнаруженным в резонансных туннельных диодах и других бистабильных системах [48, 49]. С ростом приложенного к диоду напряжения осцилляции имеют свойство перестраиваться для большинства диодов в виде, представленном на рис.4.1 (В, С, D).

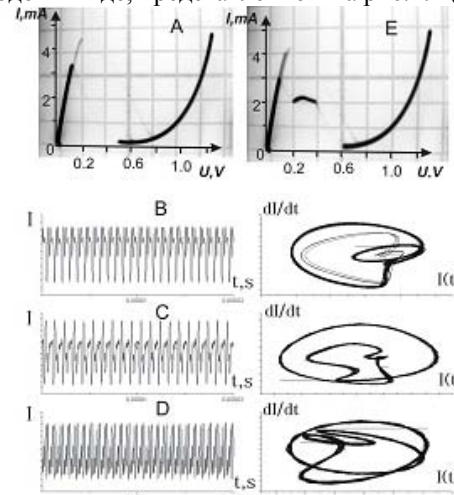


Рис. 4.1 ВАХ (А,Е) временные реализации и фазовые портреты (В,С,Д) туннельного диода: А – без внешнего сигнала; Е- при наложении внешнего сигнала с частотой 2 МГц и амплитудой 5 мV; В,С, D-колебания тока при смещении на диоде 0,2, 0,3 и 0,4 V, соответственно

На рис. 4.1(Е) представлена ВАХ диода при подключении параллельно к диоду емкости $C=20 pF$ или переменного сигнала с частотой 2 МГц и амплитудой не превышающей 5мV. Если к диоду, проявляющему N-образную динамическую ВАХ, представленную на рис.4.1(А), приложить переменное напряжение высокой частоты и соответствующей амплитуды, то вид ВАХ диода сильно изменяется. Так, на рис. 4.2(А) приведена восходящая ветвь ВАХ для типичного диода при частоте 22 МГц и амплитуде 50 мV. Толщина линий ВАХ количественно соответствует амплитуде приложенного переменного напряжения в тех же масштабах. Хорошо видно, что на падающем N-участке ВАХ возникает многозначность, как по токам, так и по напряжениям.

На рис. 4.2(В) приведены обе, восходящая и нисходящая, ветви ВАХ, причем длительность падающей час-

ти треугольного импульса, на которой записывалась нисходящая ветвь ВАХ, подбиралась в три раза больше, чем длительность импульса для записи восходящей ветви. Замечательно то, что многозначность на ВАХ для обеих ветвей совершенно совпадает по полям и токам при заданных значениях приложенного внешнего переменного напряжения и тянущего поля на диоде. Такого типа многозначности, но более сложного характера, проявляются на ВАХ в зависимости от частоты приложенного внешнего поля при сохранении его амплитуды (рис. 4.2С, D). При плавном увеличении частоты от состояния, представленного на рис. 2А, многозначность распадается на две близкие по форме структуры на ВАХ (рис.4.2С). Дальнейший рост частоты приводит к появлению трех и более структур (рис. 4.2D). Замечено, что величина тянущего поля (смещения к диоду) и параметры внешней цепи (емкость, индуктивность и последовательное к диоду сопротивление) существенно изменяют форму самой ВАХ диода и структур на падающем участке ВАХ. Подбирая амплитуду и частоту внешнего сигнала, а также величину смещения к диоду можно получить ВАХ с двумя, тремя и более дополнительными N-участками на ВАХ.

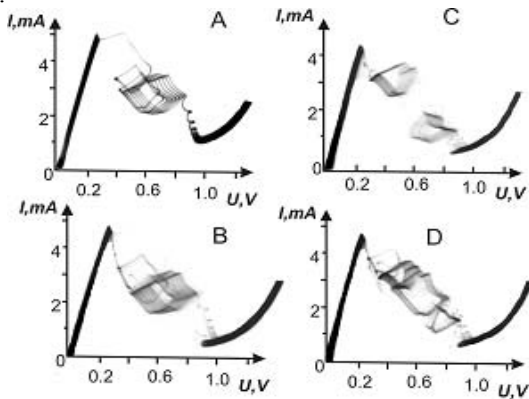


Рис. 4.2 ВАХ туннельного диода при наложении внешнего сигнала с амплитудой 50 mV и частотой 22 MHz (A, B) и частотах 23.8 MHz и 25.7 MHz соответственно (C, D).

Так, на рис.4.3(A) приведен случай, когда имеет место двойное N-образное с соответствующей структурой на первом падающем участке ВАХ. Такая форма ВАХ характерна частотам до 2 MHz. Более высоким частотам (30÷50 MHz) соответствуют ВАХ, приведенные на рис. 4.3 (B, C, D, E). Для большого диапазона частот и амплитуд внешнего сигнала характерно образование одной ступени и колебаний тока на ВАХ (рис.4.1) и одновременно заметное уменьшение порога падающего N-участка самого диода. Интересно отметить, что подобная ступень на ВАХ была обнаружена в резонансных туннельных диодах и названа авторами собственной (intrinsic) бистабильностью [50].

Это – признак взаимодействия электронных состояний в квантовой яме с плотностью проходящего по структуре туннельного тока и их обратной связи. Изучение динамики взаимодействия внешнего сигнала и собственных колебаний диода на прямоугольных импульсах показало, что в нем возникают хаотические состояния, образуются дышащие (breathing) моды, колебания с за-

острениями, а также области усиления, захвата частоты и упорядочения.

Из анализа полученных экспериментальных результатов следует, что вследствие взаимодействия внешнего высокочастотного сигнала и собственных частот туннельного диода на падающем N-участке ВАХ из-за неоднородного распределения поля внутри перехода, которое максимально в некоторой плоскости внутри барьера и убывает к его краям [51], возникает устойчивая динамическая структура в виде притягивающего множества типа аттрактора при захвате частоты, которое и приводит к многозначности, как по токам, так и по напряжениям на ВАХ. Как мы ранее показывали [52], в одной и той же структуре из-за сильно неоднородного распределения поля в образце могут одновременно существовать несколько таких аттракторов.

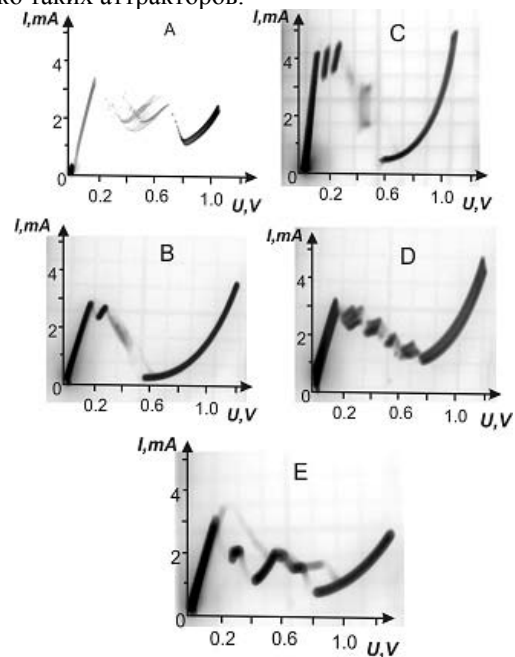


Рис.4.3. Качественный вид ВАХ туннельных диодов при различных значениях амплитуд и частот внешнего сигнала и величин смещения на диодах.

В заключение отметим, что туннельный диод, толщина барьера p-n-перехода которого с ростом концентрации носителей тока при определенных ее значениях становится сравнимой с длиной волны де Бройля (10^{-6} см при комнатной температуре), при соответствующих внешних воздействиях может вести себя как двумерная структура с характерными для них свойствами: внутренней бистабильностью, многозначностью ВАХ, возникновением режимов с заострениями и дышащими модами и сильной зависимостью от параметров внешней цепи.

5. НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ТОКА И N – ОБРАЗНАЯ ВОЛЬТАМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА В КРЕМНИЕВОМ p-i-n – ДИОДЕ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Ниже приведены экспериментальные результаты исследования кремниевых p-i-n – структур на основе электронного кремния с удельным сопротивлением $\rho=120$ Ом·см в импульсном электрическом и постоянном поперечном магнитном поле до 12 кЭ. Типичные размеры структур $0,3\div 0,5 \times 3 \times 3$ мм³ (размеры $0,3\div 0,5$ соответству-

ют длине диода L). Структуры были изготовлены методом диффузии при 1300°C с глубиной залегания p-n – перехода на 40 мкм, а токовые контакты из золота с 0, 4% сурьмой и алюминия наносились методом высокочастотного сплавления. Во избежание джоулева разогрева структуры измерения проводились в импульсном режиме генератора напряжения. Восходящие и нисходящие ветви ВАХ записывались на треугольных импульсах с длительностью $\tau_{\text{и}}=300$ мкс. Динамика переходных процессов изучалась на прямоугольных импульсах напряжения с $\tau_{\text{и}}=50\div 500$ мкс.

На рис.5.1. показано семейство прямых восходящих ветвей ВАХ для структуры с $L=0,45$ мм при различных значениях поперечного магнитного поля. Общее поведение этого семейства ВАХ типично для объемных кремниевых магнитодиодов: ВАХ до S–срыва практически не зависит от магнитного поля. Магнитное поле до 5 кЭ приводит к полному исчезновению области отрицательного дифференциального сопротивления, а вольтовая магниточувствительность равна 10 мВ/эрст, что соответствует значениям лучших кремниевых магнитодиодов. Как видно из рис.1(2), на S–участке в магнитных полях 2кЭ возникают колебания тока и напряжения большой амплитуды, а с дальнейшим ростом величины магнитного поля протяженность S–области распространяется на большую часть ВАХ, амплитуда колебаний нарастает, и появляется более высокочастотная мода колебаний (~3МГц), которая модулирует низкочастотную. Магнитное поле выше 5 кЭ сначала уменьшает амплитуду обоих мод колебаний тока, а затем полностью подавляет колебания в цепи структуры, S–образия на ВАХ исчезает. На восходящих и нисходящих ветвях динамических ВАХ всегда наблюдается гистерезис, связанный с изменением концентрации носителей тока при увеличении уровня инжекции с ростом величины приложенного к образцу напряжения и тем, что времена измерения совпадают по порядку величины с временами жизни неравновесных носителей, участвующих в процессах переноса тока.

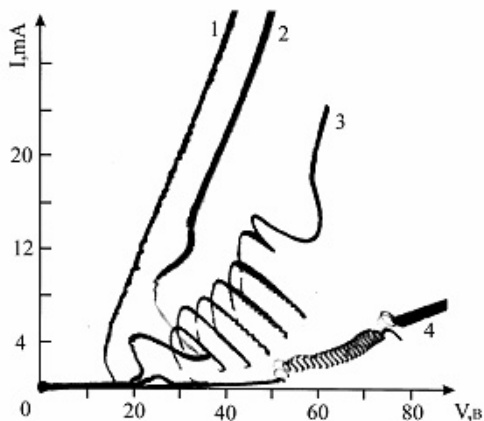


Рис.5.1. Семейство восходящих ветвей ВАХ для структуры с $L=0,45$ мм при различных значениях поперечного магнитного поля: 1. $H=0$; 2. $H=2$ кЭ; 3. $H=3$ кЭ; 4. $H=4,5$ кЭ.

Исследование динамики шнура тока в магнитном поле на прямоугольных импульсах напряжения в двухпараметрическом пространстве ($H\div E$) показывает (рис.5.2(1)), что при малых значениях приложенного напряжения магнитное поле полностью подавляет образо-

вание шнура тока: от импульса тока проходящего по структуре остается соответствующий по амплитуде току без магнитного поля пик с длительностью ~10 мкс, и по структуре ток практически не проходит. Дальнейшее увеличение электрического поля приводит к переносу тока в колебательном режиме определенное время, величина которого обусловлена полями H и E . Ток снова уменьшается до нуля, т.к. шнур тока разрушается магнитным полем за счет уменьшения числа носителей в шнуре вследствие магнитоконцентрационного эффекта и недостаточности электрического напряжения для поддержания заданного тока в шнуре (рис.5.2(2)). С последующим увеличением электрического поля структура переходит в режим автоколебаний, когда в образце имеют место обе моды колебаний. Интересно отметить, что в двухпараметрическом пространстве ($H\div E$) можно подобрать области, где дальнейший подбор параметров по электрическому и магнитному полям приводит к процессам хаотизации (через каскад удвоения периода или перемежаемость) рис. 5.2(4-6).

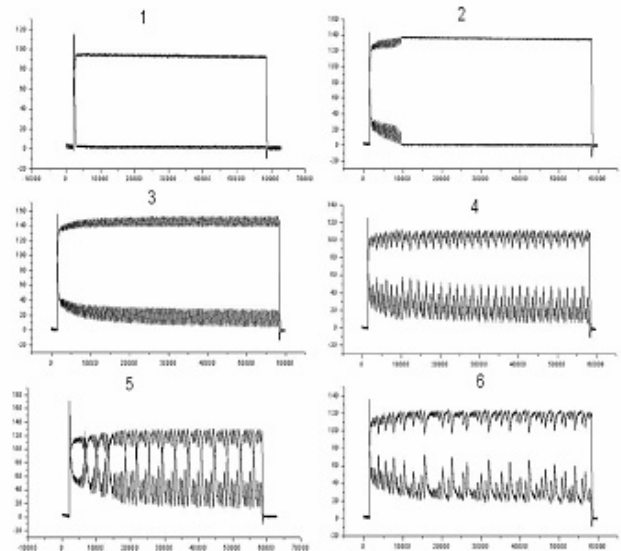


Рис.5.2. Динамика развития неустойчивости тока при заданном магнитном поле $H=3$ кЭ с ростом параметра по электрическому полю. Напряжение – верхний импульс, ток – нижний.

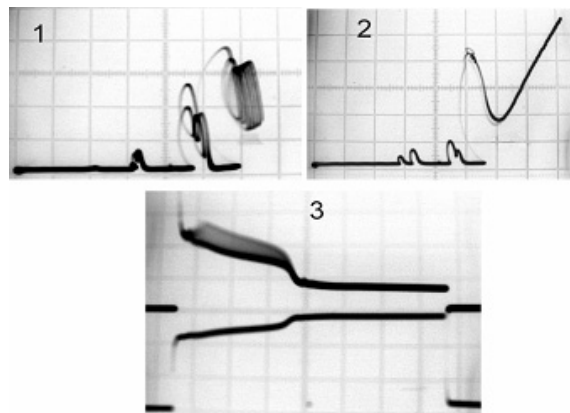


Рис.5.3. ВАХ p-i-n – структуры в поперечных магнитных полях: 1. $H=10$ кЭ; 2. $H=12$ кЭ; 3. динамика переключения и осцилляция на импульсах тока (вверху) и напряжения (внизу).

Подбором соответствующей геометрии образца с межконтактным расстоянием $L=0,3$ мм мы изучали ВАХ наших структур в поперечных магнитных полях до 12 кЭ, что достаточно для выполнения условия сильного магнитного поля ($\Omega\tau_p \gg 1$) при 77 К в кремнии. На рис.5.3(1) приведены ВАХ такой структуры в момент подавления S-образия, на рис. 3(2) – в момент зарождения N-образия на ВАХ. На рис.3(3) на прямоугольных импульсах показана динамика переключения тока в точке

на ВАХ, соответствующей N-переключению. При соответствующем подборе нагрузочного сопротивления при N-переключении на токовом импульсе проявляются колебания тока, соответствующие этому падающему участку ВАХ.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 05 – 02 – 16609 и гранта № НШ – 2253.03.2 на базе приборного парка аналитического центра ДНЦ РАН.

- [1]. Э.Шёлль Самоорганизация в полупроводниках. Неравновесные фазовые переходы в полупроводниках, обусловленные генерационно - рекомбинационными процессами. М.: Мир, 1991. С. 464
- [2]. G. A Held, C.D. Jeffries Characterization of Chaotic Instabilities in an Electron – Hole Plasma in Germanium// Springer Ser. In Syn. 1986. Vol.32. P.158-169.
- [3]. В.В.Владимиров, А. Ф.Волков, Е. З.Мейлихов Плазма полупроводников. М.: Атомиздат, 1979. С.256.
- [4]. Г. Шустер Детерминированный хаос: Введение. М.: Мир, 1988. С. 240.
- [5]. P.Grassberger, I.Procaccia Characterization of Strange Attractors// Physical Review Letters. 1983. Vol. 50. № 5. P. 346-349.
- [6]. J. C.Kaplan, J.A. Yorke Chaotic Behavior of Multi-dimensional Difference Equation. Lect. Notes in Math. Berlin: Springer, 1979. V.730. P.204 - 227.
- [7]. S.Newhouse, D.Ruelle, F.Takens // Commun. Math. Phys. 1978. Vol.64. P. 35.
- [8]. П.С. Ланда Нелинейные колебания и волны. М.: Наука. Физматлит, 1997. С.496.
- [9]. K.Wiesenfeld, B. McNamara Period – Doubling System as Small Signal Amplifiers// Physical Review Letters.1985. Vol.55. № 1.P. 13-16.
- [10]. K.Wiesenfeld, B.McNamara Small – signal Amplification in Bifurcating Dynamical Systems// Physical Review A. 1986. Vol. 33. № 1. P. 629 – 642.
- [11]. S. W.Teitsworth, R.M.Westerwelt Subharmonic and Chaotic Response of Periodically Driven Extrinsic Ge Photoconductors// Physical Review Letters. 1986. Vol.56. № 5. P.516-519.
- [12]. С.Бумелене Усиление малого сигнала в возбужденном n-Ge (Ni) в условиях возникновения умножения периода// ФТП.1988. Т.22. №2. С. 328
- [13]. Ken-ichi Oshio and Hideo Yahata// J. Phys. Soc. Japan.1996. Vol. 65. № 5. PP. 1490-1499.
- [14]. Ken-ichi Oshio and Hideo Yahata// J. Phys. Soc. Japan.1998. Vol. 67. № 7. PP. 2538-2545.
- [15]. Ken-ichi Oshio and Hideo Yahata// J. Phys. Soc. Japan. 1993. Vol. 62. № 10. PP. 3639-3650.
- [16]. Ken-ichi Oshio and Hideo Yahata// J. Phys. Soc. Japan. 1995. Vol. 64. № 5. PP. 1823-1836.
- [17]. В.И.Стафеев//ФТТ. 1963. Т. 5. № 11. С. 3095-3104.
- [18]. О.В.Константинов, В.И.Перель // ФТТ. 1964. Т. 6. № 11. С. 3364-3371.
- [19]. О.В.Константинов, Г.В.Царенков //ФТТ. 1966. Т. 8. № 6. С. 1867-1877
- [20]. В.Л.Бонч-Бруевич//ФТТ.1966.Т.8.№6. С. 1753-1760.
- [21]. И.В.Карпова, С.Г.Калашиников // Письма в ЖЭТФ. 1967. Т. 6. Вып. 12. С. 954-956.
- [22]. И.А Курова, М.Врана // ФТП. 1967. Т. 1. № 7. С. 1095-1099.
- [23]. B.K.Ridley, R.G.Pratt // J. Phys. Chem. Solids. 1965. Vol. 26. № 1. PP. 21-31.
- [24]. И.В.Варламов, В.В.Осипов, Э.А.Полторацкий, А.Е.Ржанов // ФТП. 1970, т. 4. № 11. с. 2195-2197.
- [25]. И. В.Карпова, В.А.Сабликов, С.М.Сыровегин // ФТП. 1968. Т. 2. № 4. с. 609-612; 1982. Т. 16. № 9. С. 1601-1605.
- [26]. Bumeliene S., Požela J., Tamaševičius A. // Phys. Stat. Sol. (b). 1986. Vol. 134. PP. K71-K73.
- [27]. М.Фейгенбаум//УФН.1983. Т. 141. № 2. С. 343-374.
- [28]. И.К.Камилов, Н.С.Абакарова, Х.О.Ибрагимов, К.М.Алиев, Письма в ЖТФ 27, 24 (2001)
- [29]. N.S.Abakarova, Kh.O. Ibragimov, K.M.Aliev and I.K.Kamilov, Semicond. Sci. Technol. 16, 909 (2001)
- [30]. В.С. Анищенко, А.Б. Нейман, Ф. Мосс, Л. Шиманский – Гайер. Успехи физических наук.- 1999.- т.169, №1.- с. 7 –38
- [31]. R. Benzi, A. Sutera, A. Vulpiani. J.Phys.A. – 1981.- v.14.- L 453
- [32]. V.S. Anishenko, A.B. Neiman, M.A. Safonova. – J.Stat.Phys.- 1993.-v.70(1 – 2).-p.183
- [33]. V.S. Anishenko, M.A. Safonova, L.O. Chua.- Int.j.Bif.Chaos.- 1992.-v.2.-p.397
- [34]. В.С. Анищенко, А.Б. Нейман. Письма в ЖТФ.- 1987.- т.17.- с.1063
- [35]. В.С. Анищенко, А.Б. Нейман. ЖТФ.-1990.-т.60(1).-с.3
- [36]. V.S. Anishenko, M.A. Safonova, L.O. Chua.- Int.j.Bif.Chaos.- 1994.-v.4.-p.99
- [37]. И.К. Камилов, Н.С. Абакарова, Х.О. Ибрагимов, К.М.Алиев.Письма в ЖТФ.-2001.- т.21,№5.- с.24-31
- [38]. Х.О. Ибрагимов, И.К. Камилов, К.М. Алиев, Н.С. Абакарова.Письма в ЖТФ.-2003.-т.29,№3.-с.82 - 88
- [39]. N.S. Abakarova, Kh.O. Ibragimov, K.M. Aliev, I.K. Kamilov. Semicond.Sci.Technol.–2001.–v.16.–p.11–4
- [40]. I.K. Kamilov, Kh.O. Ibragimov, K.M. Aliev, N.S. Abakarova. Semicond.Sci.Technol. –2003.–v. 18.–p. 442 -444
- [41]. L.Gammaitoni, P.Hanggi // Rev. of Mod. Phys. 1998. V. 70. P. 223
- [42]. R.N.Mantegna, B.Spagnola // Phys. Rev. E. 1994. V. 49.P. R1792
- [43]. R.N.Mantegna, B.Spagnola // Phys. Rev. Lett. 1996. V.76. P. 563
- [44]. М.И.Карташов, А.Ф.Котов, С.А.Решетняк, Ю.С. Филимонов // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. С. 67
- [45]. В.С.Анищенко, А.Б.Нейман, Ф.Мосс, Л. Шиманский-Гейер // УФН. 1999. Т. 169. С. 7

- [46]. *И.К.Камилов, К.М.Алиев, Х.О.Ибрагимов, Н.С.Абакарова* //Письма в ЖТФ. 2004. Т. 30. С. 25
- [47]. *А.Я.Шик, Л.Г.Бакуева, С.Ф.Мусихин, С.А.Рыков.* Физика низкоразмерных систем. Наука, 2001.
- [48]. *J.Unkelbach, A.Amann, W. Just and E.Scholl* // arXiv:cond-mat/0303385. 2003. 1
- [49]. *F.-J.Niedernostheide, H.-J.Schulze, S.Bose, A. Wacker and E.Scholl* // Phys.Rev. E. 1996. V. 54. P. 1253
- [50]. *V.J.Goldman, D.C. Tsui and J.E.Gunningham* // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1256
- [51]. *В.Л.Бонч-Бруевич, С.Г. Калашиников* Физика полупроводников. М.: Наука, 1977.672 с.
- [52]. *I.K.Kamilov, K.M. Aliev, Kh.O.Ibragimov, N.S. Abakarova*//J.Phys.:Condens.Matter.2001. V. 13. P. 4519

Received: