



Beynəlxalq Konfrans "Fizika-2005"
International Conference "Fizika-2005"
Международная Конференция "Fizika-2005"

7 - 9

iyun
June 2005
Июнь

səhifə
page 793-795
стр.

Bakı, Azərbaycan

Baku, Azerbaijan

Баку, Азербайджан

ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ С ОСЕВОЙ СИММЕТРИЕЙ ПО ДВУМ УСЛОВИЯМ ИСПРАВЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ АБЕРРАЦИЙ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

ГУРБАНОВ Г.Г., СЕИДОВА К.И.

*Нахчиванский Государственный Университет, кафедра информатики.
AZ 7000. тел. 5-56-30, моб. 339-03-66*

В работе рассматривается электростатическая электронно-оптическая система с осевой симметрией. Получены система дифференциальных уравнений, решения которых определяют осевое распределение потенциала поля оптической системы с исправленными коэффициентами аберраций третьего порядка.

В работе [1] рассматривается вопрос о расчете электростатических электронно-оптических систем с исправленным астигматизмом. Оказывается в некоторых случаях возможно получить систему дифференциальных уравнений, разрешенную относительно старших производных и не имеющую особенности в области между плоскостями предмета и изображения, причём решения такой системы определяет электростатическую электронно-оптическую линзу, свободную от двух аберраций третьего порядка.

И так, предположим, что рассматриваемая электронно-оптическая осесимметричная электронно-статическая система дает действительное изображение в параксиальной области, а предметом, изображение которого необходимо получить, является часть плоскости, перпендикулярная к оси симметрии линзы, каждая точка которой является источником электронов, вылетающих в различных направлениях с малыми, но отличными от нуля энергиями. Кроме того, предположим, что осевое распределение потенциала поля $\Phi(z)$ не обращается в нуль на отрезке $[z_0, z_u]$ и $\Phi(z)$ есть функция, достаточно раз дифференцируемая. При этих предположениях рассмотрим вопрос о выводе дифференциальных уравнений, определяющих осевое распределение потенциала поля электростатической электронно-оптической линзы по условию исправления аберраций комы и дисторсии.

В работе [2] приведено дифференциальное уравнение, определяющее осевое распределение

потенциала поля электронно-оптической системы по условию исправления аберрации комы и имеющее следующий вид:

$$\Phi''' = \sqrt{\frac{\Phi}{\Phi_0}} \left[\frac{3\Phi'^2}{4\Phi^2} (16\Phi r_1' r_2' - \Phi'' r_1 r_2) + \frac{5\Phi''}{2\Phi} (\Phi' r_1 r_2' + 3\Phi' r_1' r_2 + \Phi'' r_1 r_2) \right] + \Phi (3Fr_1' + F'r_1) \quad (1)$$

Здесь $F(z)$ – произвольная функция, а $r_1(z)$ и $r_2(z)$ являются два независимых решения параксиальных траекторий электронов:

$$r_i'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} r_i' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r_i = 0, \quad (i=1,2) \quad (2)$$

с начальными условиями

$$\begin{aligned} r_1(z_0) = 0 & \quad r_1'(z_0) = 1 \\ r_2(z_0) = 1 & \quad r_2'(z_0) = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

задавая начальные условия $\Phi(z_0), \Phi'(z_0), \Phi''(z_0)$, а также функции $F(z)$ и решал системы уравнений (1)-(2) приближенными методами на отрезке $[z_0, z_u]$ получим $\Phi(z)$ определяющее линзы с исправленным

абберацией комы. Здесь $z_u > z_0$ точка, на которой $r_1(z_u) = 0$.

Формула коэффициента абберации третьего порядка дисторсии имеет вид [2]:

$$E = \frac{r_2(z_u)}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{z_0}^{z_u} \left[\frac{\Phi'''}{32} \sqrt{\frac{\Phi_0}{\Phi}} r_2'^2 - \frac{\Phi' \Phi'''}{64 \Phi^2} r_1 r_2'^3 + \frac{\Phi''^2}{16 \Phi^2} r_1 r_2'^3 + \frac{\Phi' \Phi''}{8 \Phi^2} r_1 r_2'^2 r_2' + \frac{\Phi'}{2 \Phi} r_1 r_2'^3 + \frac{\Phi''}{4 \Phi} r_1 r_2 r_2'^2 \right] \sqrt{\Phi} dz \quad (4)$$

Подставляя Φ''' из (1) в первом слагаемом под интегральной функции (4), преобразуем интегралы:

$$J_1 = \int_{z_0}^{z_u} \frac{3\Phi'^2}{8\Phi\sqrt{\Phi}} r_1' r_2'^2 r_2' dz = \int_{z_0}^{z_u} \frac{3\Phi'\sqrt{\Phi}}{8\Phi} \cdot \left[\frac{3\Phi'^2}{\Phi^2} r_2 r_2' - 2 \frac{\Phi''}{\Phi} r_2 r_2' - \frac{\Phi'}{\Phi} r_2'^2 + \frac{\Phi' \Phi''}{4\Phi^2} r_2'^2 \right] r_1 r_2 dz \quad (5)$$

$$J_2 = \int_{z_0}^{z_u} \frac{15\Phi' \Phi''}{64\Phi\sqrt{\Phi}} r_1' r_2'^3 dz = \int_{z_0}^{z_u} \frac{15\sqrt{\Phi}}{64} \cdot \left[\frac{3\Phi'}{2\Phi} \left(\frac{\Phi' \Phi''}{\Phi^2} - \frac{2\Phi''}{3\Phi} \right) r_2 - \frac{\Phi''}{\Phi} \left(\frac{\Phi''}{\Phi} r_2 - \frac{3\Phi'}{\Phi} r_2' \right) \right] r_1 r_2'^2 dz \quad (6)$$

$$J_3 = \int_{z_0}^{z_u} \frac{3F r_1' r_2'^2}{32} dz = - \int_{z_0}^{z_u} \frac{3}{16} \left(\frac{1}{2} F' r_2 + F r_2' \right) r_1 r_2 dz \quad (7)$$

При интегрировании по частям внеинтегральные члены равны нулю, так как при $z = z_0$ и $z = z_u$ удовлетворяется условие $r_1(z_0) = r_2(z_u) = 0$. Формула для коэффициента абберации дисторсии E, учитывая все замечания, после небольших преобразований приводится к виду:

$$E = \frac{r_2(z_u)}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{z_0}^{z_u} \left[Q - \frac{\sqrt{\Phi_0}}{32} (F' r_2 + 6F r_2') r_2 - \frac{\Phi'}{4\sqrt{\Phi}} (3F' r_1' + F' r_1 + R) r_2'^3 \right] r_1 dz \quad (8)$$

где

$$R = \sqrt{\frac{\Phi}{\Phi_0}} \left[\frac{3\Phi'^2}{4\Phi} \left(16r_1' r_2' - \frac{\Phi''}{\Phi} r_1 r_2' \right) + \frac{5\Phi''}{2\Phi^2} \left(\Phi' r_1 r_2' + 3\Phi' r_1' r_2 + \Phi'' r_1 r_2 \right) \right] \quad (9)$$

$$Q = \sqrt{\Phi} \left[\frac{3\Phi'^2}{8\Phi} \left(\frac{3\Phi'}{\Phi} r_2 r_2' - r_2'^2 + \frac{15\Phi''}{16\Phi} r_2'^2 \right) \cdot r_2 - \frac{\Phi''}{32\Phi} \left(\frac{40\Phi'}{\Phi} r_2' + \frac{3\Phi''}{\Phi} r_2 \right) r_2'^2 + \left(\frac{\Phi'}{2\Phi} r_2' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r_2 \right) r_2'^2 \right] \quad (10)$$

Для исключения производной $F'(z)$ с сомножителем $r_1'^2$, в (8) используется следующее соотношение:

$$J_4 = \int_{z_0}^{z_u} \frac{\Phi'}{4\sqrt{\Phi}} F' r_1'^2 r_2'^3 dz = \int_{z_0}^{z_u} \sqrt{\Phi} \left[\frac{\Phi'}{8\Phi^2} \cdot F r_1 r_2 - F \left(\frac{\Phi'}{2\Phi} r_1' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r_1 \right) r_2 - \frac{3\Phi'}{\Phi} F r_1 r_2' \right] \cdot r_1 r_2'^2 dz \quad (11)$$

Окончательно формула (8) после небольших преобразований приводится к виду:

$$E = \frac{r_2(z_u)}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{z_0}^{z_u} \left[- \frac{\sqrt{\Phi_0}}{32} F' r_2'^2 + P \cdot F - \frac{\Phi'}{4\sqrt{\Phi}} \cdot R r_2'^3 + Q \right] r_1 dz \quad (12)$$

Здесь:

$$P = \frac{\sqrt{\Phi}}{8} \left[8 \left(\frac{\Phi'}{2\Phi} r_1' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r_1 \right) r_2'^3 - \frac{\Phi'}{\Phi^2} r_1 r_2'^3 - 6 \sqrt{\frac{\Phi_0}{\Phi}} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} r_2 + r_2' \right) r_2 \right] \quad (13)$$

Если прибавить к интегралу (12) выражение, равное нулю:

$$- \frac{r_2(z_u)}{\sqrt{\Phi_0}} \int_{z_0}^{z_u} \frac{\sqrt{\Phi_0}}{32} (F' r_1^3)' dz = 0 \quad (14)$$

и задать вспомогательную функцию h(z) в виде:

$$h(z) = c \frac{d}{dz} [\eta(z) r_1^2] \quad (15)$$

то дифференциальное уравнение, определяющее запишется в виде:

$$F'(z) = \frac{1}{r_1^2 + r_2^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\Phi_0}} \left[(32P - 3\sqrt{\Phi_0} r_1 \cdot r_1') F + 32 \left(Q - \frac{\Phi'}{4\sqrt{\Phi}} R r_2^3 \right) \right] + \frac{32}{r_2(z_u)} \cdot c \left(\eta' r_1 + 2\eta r_1' \right) \right\} \quad (16)$$

Для удобства постоянную c следует принять равной $r_2(z_u)/32$. Окончательно система дифференциальных уравнений, определяющая осевое распределение потенциала для асимметричной системы по условию исправления aberrации комы и дисторсии запишется так:

$$\Phi''' = \Phi \left(R + 3F r_1' + F' r_1 \right) \\ F' = \frac{1}{r_1^2 + r_2^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\Phi_0}} \left[(32P - 3\sqrt{\Phi_0} r_1 r_1') \cdot F + 32 \left(Q - \frac{\Phi'}{4\sqrt{\Phi}} R r_2^3 \right) \right] + \eta' r_1 + 2\eta r_1' \right\} \quad (17)$$

Здесь $\eta(z)$ некоторая дифференцируемая и ограниченная функция. Система (17) решается при выбранных начальных условиях для $\Phi_0, \Phi_0', \Phi_0'', f_0$ при $z = z_0$ совместно с уравнениями параксиальных траекторий электронов (2) с заданными начальными условиями (3). Произвольность в определении функции $\eta(z)$ и начальных данных может быть использована для нахождения электронно-оптической системы, дающей действительное изображение, а также удовлетворяющей некоторым другим условиям.

Очевидно, что приведенная система уравнений не имеет особенностей, и если $F'(z)$ подставить из второго уравнения (17) в первое, то полученная система приводится к нормальному виду, т.е. разрешается относительно старших производных. Аналогичным образом, система дифференциальных уравнений осевое распределение потенциала поля электростатической электронно-оптической системы по условию исправления aberrации дисторсии и кривизны Петцивала [3],

$$\Phi'' = F' r_1 + f \left(r_1' - \frac{3\Phi'}{2\Phi} r_1 \right)$$

$$F'' = \frac{1}{r_1^2 + r_2^2} \left[R_1 + \eta' r_1 + \eta \left(2r_1' - \frac{\Phi'}{\Phi} r_1 \right) \right] \quad (18)$$

где

$$R_1 = \sqrt{\frac{\Phi}{\Phi_0}} \left\{ 8 \left(\frac{\Phi'}{2\Phi} r_2' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r_2 \right) \left(4r_2'^2 + \frac{\Phi''}{\Phi} r_2^2 \right) + \frac{1}{2} \left[\frac{\Phi' F}{\Phi} \left(\frac{3\Phi'^2}{\Phi_2} - \frac{7\Phi''}{\Phi} \right) - \frac{\Phi'' F'}{\Phi} \right] r_1 r_2^3 - \frac{\Phi'}{\Phi} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} F r_2 - \frac{3}{2} F' r_2' \right) \cdot r_1 r_2^2 \right\} + 4 \left[\left(\frac{\Phi' F}{\Phi} - F' \right) \left(\frac{5\Phi'}{8\Phi} r_2 - r_2' \right) - \frac{\Phi''}{2\Phi} F r_2 \right] r_2 \quad (19)$$

а комы и кривизны Петцивала в виде:

$$\Phi'' = \Phi \sqrt{\Phi} \left(F r_1' + F' r_1 \right) \\ F'' = R_2 + \eta' r_1 + \eta \left(4r_1' + \frac{\Phi'}{2\Phi} r_1 \right) \quad (20)$$

где

$$R_2 = \sqrt{\frac{\Phi}{\Phi_0}} \left\{ \frac{5F'}{6} \left[\frac{\Phi''}{\Phi} r_1 + \frac{\Phi'}{\Phi} (4r_1' + r_1) \right] r_2 - \frac{5\Phi'}{6\Phi} \left[\frac{\Phi'}{\Phi} (F r_1' + 0.5 F' r_1) - \left(\frac{\Phi''}{4\Phi} F + 2F' \right) \cdot r_1 \right] - \frac{16\Phi'}{\Phi} \left[\frac{\Phi''}{8\Phi} r_2' - \frac{\Phi'}{\Phi} \left(\frac{\Phi'}{2\Phi} r_2' + \frac{\Phi''}{4\Phi} \cdot r_2 \right) \right] \right\} + \frac{7\Phi''}{36\Phi} F - \frac{\Phi'}{\Phi} \left(\frac{\Phi'}{6\Phi} F + F' \right) \quad (21)$$

Если, по аналогии с предыдущими выкладками, из первых уравнений (18) и (20) значения $\Phi''(z)$ подставить в (19) и (21), а также в параксиальных уравнений траекторий (2), то получим систему дифференциальных уравнений разрешенными относительно старших производных.

Отметим, что кривизна Петцивала равно разности коэффициентов aberrаций комы и дисторсии. Поэтому, если из трех коэффициентов два равняется нулю, то и третий также равен нулю. При численных расчетах целесообразно из трех систем дифференциальных уравнений выбрать более простую.

[1]. Гурбанов Г.Г., Касьянков П.П. О расчете электростатических электронно-оптических систем с исправленным астigmatизмом. Изд. АН СССР, сер. физ., 1966, №5, стр. 735-738

[2]. Гурбанов Г.Г. Диссертация, 1969, Ленинград
[3]. Глазев В. Электронная оптика, ИЛ, 1957.