УДК 621.391.27

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПАКЕТНОЙ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ В СЕТИ ЭВМ

МАМЕДОВ Ф.Г., МУРАДОВ П.Д.∗

Азербайджанский Технический Университет
∗Азербайджанский Технологический Университет

Рассматриваются математические модели пакетной передачи данных (ПД). Сеть ПД описываются системами массового обслуживания (СМО) M/M/1/R и M/M/m/R.

Сеть пакетной передачи данных можно рассматривать как многолинейную систему массового обслуживания (СМО) с m ($m \geq 1$) обслуживающими приборами, которая задаётся статистической моделью входящего потока требований, системой обслуживания для имеющихся в наличии m каналов и емкостью буфера **R**. Модель входящего потока предполагает задание распределения интервалов между моментами появления требований на входе СМО.

Описание работы рассматриваемой системы массового обслуживания осуществляется с помощью модели процесса размножения и гибели. Входной поток является пуассоновским, длины пакетов имеют экспоненциальное распределение, что обусловливает и экспоненциальное распределение времени обслуживания. Тогда в общепринятых обозначениях сеть ПД описывается СМО M/M/m/R. Используется прием перекрывания входящего пуассоновского потока на время переполнения буферной памяти. Условие процесса размножения-гибели приобретает следующий вид:

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda, & n < R+1 \\ 0, & n \geq R+1 \end{cases}$$

$$\mu_n = \mu, \qquad n = 1,2,\ldots R+1$$

где λ_n - интенсивность перехода системы в n –е состояние из состояния $n-1$;

μ_n - интенсивность перехода из ($n+1$)-го состояния в n-е.

λ *и* μ - интенсивность входящего пуассоновского потока и интенсивность обслуживания соответственно.

Рассмотрим одноканальную систему ($m=1$). Согласно уравнению Чепмена-Колмогорова, при наличии стационарного распределения вероятностей (определяемого для данной СМО неравенством $\lambda_n / \mu_n < 1$), вероятность нахождения в системе (в очереди и на обслуживании) требований составляет:

$$\varphi_n = \varphi_0 \prod_{i=0}^{n-1} \frac{\lambda_i}{\mu_{i+1}} = \varphi_0 \rho^n, \quad n < R+1$$

$$\varphi_n = 0, \qquad n \geq R+1$$

Из нормирующего условия $\sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n = 1$ находим φ_0:

$$\varphi_0 = \frac{1-\rho}{1-\rho^{R+2}}.$$

Окончательный результат:

$$\varphi_n = \begin{cases} \dfrac{(1-\rho)\rho^n}{1-\rho^{R+2}}, & 0 \le n \le R+1, \\ 0, & n > R+1 \end{cases} \tag{1}$$

Среднее число сообщений в системе составляет:

$$E(n) = \frac{1}{1-\rho^{R+2}} \sum_{i=0}^{R+1} i(1-\rho)\rho^i, \tag{2}$$

а средняя длина очереди:

$$E(w) = \frac{1}{1-\rho^{R+2}} \sum_{i=2}^{R+1} i(1-\rho)\rho^i \tag{3}$$

Среднее время доставки и среднее время ожидания находится по формуле Литтла /105/:

$$E(t_g) = \frac{E(n)}{\lambda}; \qquad E(t_w) = \frac{E(w)}{\lambda} \tag{4}$$

Вероятность потерь в системе, т.е. доля времени, когда заняты все R ячеек буферной памяти и обслуживающий прибор (канал), составляет:

$$П = 1 - \frac{1-\rho^{R+1}}{1-\rho^{R+2}} \tag{5}$$

Для системы без буферной памяти имеем:

$$П = \frac{\rho}{1+\rho}.$$

Рассмотрим многоканальную систему, описываемую СМО M/M/m/R.
При этом условия процесса размножения- гибели приобретают следующий вид:

$$\lambda_n = \begin{cases} \lambda, & 0 \le n < R+m \\ 0, & n \ge R+m \end{cases}$$

$$\mu_n = \begin{cases} n\mu_0, & 0 \le n \le m \\ m\mu_0, & n > m \end{cases}$$

При $\rho_0 = \dfrac{\lambda}{m\mu}$, где ρ_0- нагрузка одного обслуживающего прибора (канала), система является эргодической и вероятность нахождения в ней n требований составляет:

$$\varphi_n = \varphi_0 \frac{(m\rho_0)}{n!}, \qquad n \le m$$

$$\varphi_n = \varphi_0 \frac{\rho_0^n m^m}{m!}, \qquad n > m$$

Нормирующим условием для вычисления φ_n является $\sum_{n=0}^{\infty} \varphi_n = 1$, или, подразделяя вероятности состояний системы на следующие классы:

-вероятность отсутствия требований в системе;

-сумма вероятностей наличия только обслуживаемых требований (ожидающих требований нет);

-сумма вероятностей наличия требований, находящихся на обслуживании или в очереди;

-вероятность переполнения очереди.

Получаем следующий вид нормирующего условия:

$$\varphi_0 + \varphi_0 \sum_{n=1}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^n}{n!} + \varphi_0 \sum_{n=m}^{m+R-1} \frac{(m\rho_0)^n}{m!\, m^R} = 1, \tag{6}$$

откуда

$$\varphi_0 = \left[\sum_{i=1}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^i}{i!} + \sum_{i=m}^{m+R} \frac{(m\rho_0)^i}{m!\, m^{i-m}} \right]^{-1}.$$

Вероятность потери в данной системе составляет

$$\Pi = \varphi_{m+R} = \left[\sum_{i=1}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^i}{i!} + \sum_{i=m}^{m+R} \frac{(m\rho_0)^i}{m!\, m^{i-m}} \right]^{-1} \frac{\rho_0^{\,m+R} m^m}{m!}. \tag{7}$$

Для R=0 вероятность потерь составит

$$\Pi = \varphi_m = \frac{(m\rho_0)^m}{m!} \left[\sum_{i=0}^{m} \frac{(m\rho_0)^i}{i!} \right]^{-1}.$$

что соответствует формуле Эрланга, т.е. вероятности занятости всех каналов многоканальной системы передачи без памяти /1/.

Среднее число сообщений в системе определяется соотношением:

$$E(n) = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^i}{i!} + \sum_{i=m}^{m+R} \frac{(m\rho_0)^i}{m!\, m^{i-m}} \right]^{-1} \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^i}{(i-1)!} + \sum_{i=m}^{m+R} \frac{i\rho_0^i m^m}{m!} \right] \tag{8}$$

Средняя длина очереди определяется следующим выражением:

$$E(w) = \left[\sum_{i=0}^{m-1} \frac{(m\rho_0)^i}{i!} + \sum_{i=m}^{m+R} \frac{(m\rho_0)^i}{i!\, m^{i-m}} \right]^{-1} \sum_{i=m}^{m+R} \frac{i\rho_0^i m^m}{m!} \tag{9}$$

Среднее время доставки $E(t_g)$ и среднее время ожидания $E(t_w)$ находятся с учетом формулы (4).

В работе /2/, используя рассмотренные модели, произведено сравнение трактов ПД равноценной пропускной способности на основе широкополосных каналов и каналов тональной чистоты по среднему времени доставки и объему требуемой буферной памяти. В работе /3/ определены вероятностно-временные характеристики системы на основе реальной функции распределения интервалов обслуживания.

1. Клейнерок Л. Теория массового обслуживания.Пер. с англ./Пер.И.И.Грушко;ред. В.И.Нейман.-М.:Машиностроение,1979.-432с.
2. Чугреев О.С.,Ярмолович И.В.,Мурадов П.Д.,Коробейников Б.В.//Техника средств связи,серия Техника проводной связи.-М.1985,-вып.2,-с. 43-48.
3. Калмыков Б.П.,Ярмолович И.В.,Мурадов П.Д.//Тез. Докл.Отрасл. научно-техн. конф.“Пути создания интегральных цифровых сетей связи“.Л..ЦООНТИ “ЭКОС“,1983,с.117.

EHM ŞƏBƏKƏLƏRİNDƏ VERİLƏNLƏRİN PAKET ŞƏKLİNDƏ ÖTÜRÜLMƏSİNİN RİYAZİ MODELLƏRİNIN TƏDQİQİ

MƏMMƏDOV F.Q.,MURADOV P.C.

Verilənlərin paket şəklində ötürülməsinin riyazi modellərinə baxılıb. Verilənlərin ötürülməsi şəbəkəsi M/M/1/R və M/M/m/R kütləvi xidmət sistemləri şəklində təsvir edilirlər.

MATEMATICAL MODEL OF PACKET DATA COMMUNICATIONS IN A NETWORK COMPUTER

MAMEDOB F.Q.,MURADOB P.C.

The mathematical models of packet data communications are investigated. Data network are described by systems of mass maintenance (SMM) M/M/1/R and M/M/m/R.