УДК. 622.324.0025

ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В КОЛОННЕ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ КАК ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

АЛИЕВ Я.А.

Азербайджанский НИИ Энергетики и Энергопроекта

Рассматриваются вопросы создания численного метода для математического моделирования переходных процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами.

Вопросы эксплуатации бурения нефтяных скважин приводят к необходимости изучить тот сложный характер движения всех частей буровой установки, который имеет место при роторном способе бурения.

В процессе роторного бурения нефтяных скважин способность колонны бурильных труб к крутильным колебаниям является главной причиной, создающей сложную картину движения и нарушения работы бурового электропривода.

Расчет динамических процессов в колонне бурильных труб необходим для разработки средств защиты и контроля над превышением и понижением частоты вращения и моментом кручения в условиях срыва, заклинивания и прихвата колонны [1,2]. Изучение переходных процессов, возникающих в колонне бурильных труб, представляет важный практический интерес при оперативно-диспетчерском управлении процессом роторного бурения нефтяных скважин с целью своевременного обнаружения, а также ликвидации аварийных ситуаций [1,2,5].

В настоящее время методы расчета переходных процессов в колонне бурильных труб при крутильных колебаниях развиты еще недостаточно, что вызывает целый ряд трудностей, как в процессе проектирования буровых систем, так и их эксплуатации.

Таким образом, в условиях интенсивного развития объектов роторного бурения потребность в практически приемлемых инженерных методах расчета переходных процессов в колонне бурильных труб при крутильных колебаниях становится особенно актуальной. Вместе с тем, решение задач динамики в буровых системах при роторном способе бурения нефтяных скважин позволит вскрыть ранее неизвестные связи и закономерности, провести более полный анализ проблемы и дать обоснованные выводы и рекомендации.

Особенностью динамических свойств колонны бурильных труб является то, что она является объектом с распределенными параметрами [1,2].

Как показывает проведенный анализ, не использование аналитических расчетов динамических процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами методом операционного исчисления [1,6,7], во-первых, приводит к сложным выражениям, содержащим бесконечные ряды, во-вторых, вызывает большие математические трудности при переходе от изображений к оригиналам искомых функций ввиду того, что характеристические управления таких объектов содержат трансцендентные функции, в третьих, произвольность граничных условий существенно усложняет ход расчетов.

В настоящее время одним из перспективных направлений для решения задач данного класса является использование численных методов.

Одним из эффективных специализированных численных методов для расчета переходных процессов в системах с распределенными параметрами, описываемых уравнениями в частных производных гиперболического типа, является численный метод [1,2], основанный на теории импульсных систем математического аппарата дискретного преобразования Лапласа [3].

Особенностью расчета переходных процессов в объектах с распределенными параметрами на основе указанного метода [1,2] является то, что переход от изображения искомых функций в область оригиналов осуществляется на основе теоремы свертки. Такой подход позволяет рассчитать переходные процессы в объектах с распределенными параметрами без нахождения корней характеристического уравнения, разложения операторного коэффициента распространения волны и операторного волнового сопротивления в ряды, что значительно упрощает математические выкладки и повышает точность расчетов и, тем самым, исключает из решения волнового телеграфного уравнения бесконечные ряды, что существенно уменьшает объем вычислений. При этом для решения переходных процессов в объектах с распределенными параметрами полученные рекуррентные соотношения легко реализуются на компьютере.

Решение задач динамики объектов с распределенными параметрами, согласно такому подходу [1,2], состоит из трех этапов:

1) На первом этапе определяются выражения для искомых функций M (x, t) и W (x, t) в области Лапласовых изображений;
2) На втором этапе на основе теории импульсных систем осуществляется переход от полученных Лапласовых изображений в область эквивалентных дискретных изображений;
3) На третьем этапе на основании теоремы свертки осуществляется переход от полученных дискретных изображений в область оригиналов.

В данной статье представлен численный метод расчета переходных процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами при крутильных колебаниях, являющийся модификацией ранее разработанных методов [1,2]

Сущность предложенного численного метода основывается на использовании дискретного аналога интегрального уравнения свертки [4].

Преимуществом предложенного подхода является то, что он позволяет найти переходные процессы в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами без перехода в область дискретных изображений, осуществлять переход от Лапласовых изображений искомых функций в область оригиналов без нахождения корней характеристического уравнения, что значительно упрощает математические выкладки и расширяет круг решаемых практических задач.

Переходные процессы, протекающие в колонне бурильных труб при возникновении крутильных колебаний без учета потерь, описываются волновыми уравнениями [1,2]:

$$-\frac{\partial \omega}{\partial x} = k_1 \frac{\partial M}{\partial t}, \qquad (1)$$

$$-\frac{\partial M}{\partial x} = k_2 \frac{\partial \omega}{\partial t}, \qquad 0 \le x \le l$$

где $\omega = \omega(x,t), \quad M = M(x,t)$ - изменение угловой скорости и крутящего момента в любой точке колонны труб в произвольный момент времени; k_1 – коэффициент упругости; k_2 – момент инерции.

Начальные условия нулевые

$$\omega(x,t)_{t=0}=0, \qquad M(x,t)_{t=0}=0$$

Граничные условия при нагруженном на конце вале имеют вид:

$$\omega(x,t)_{x=0}=\omega_H(t), \qquad \omega(x,t)_{x=l}=\mu M(x,t)_{x=l}$$

где μ - постоянный коэффициент;

$\omega_H(t)$ - произвольный заданный закон изменения угловой скорости в начале колонны труб.

В рассматриваемом случае звено долото-забой представляется в виде активной нагрузки вала сопротивлением μ. Для свободного и закрепленного концов оно принимает значение соответственно $\mu=\infty$ и $\mu=0$.

Решение системы дифференциальных уравнений (1) при принятых начальных и граничных условиях позволяет получить полную информацию об изменении угловой скорости и момента кручения, как по длине колонны труб, так и по времени.

При решении поставленной задачи на первом этапе необходимо получить Лапласово изображение для функций $\omega(x,t)$, $M(x,t)$.

Используя этот метод, получим выражения для указанных функций в операторной форме:

$$\omega(x,S)=\frac{Sn\gamma(l-x)+\frac{\mu}{\rho}Cn\gamma(l-x)}{Sn\gamma l+\frac{\mu}{\rho}Cn\gamma l}\omega_H(s), \tag{2}$$

$$M(x,s)=\frac{1}{\rho}\frac{Cn\gamma(l-x)+\frac{\mu}{\rho}Sn\gamma(l-x)}{Sn\gamma l+\frac{\mu}{\rho}Cn\gamma l}\omega(s), \tag{3}$$

где $\gamma=s\sqrt{k_1k_2}=\frac{s}{c}$ - коэффициент распространения волны;

s- оператор преобразования Лапласа;

$\rho=\sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$ - волновое сопротивление;

$\omega(x,s)$, $M(x,s)$, $\omega_H(s)$- Лапласовы изображения функций $\omega(x,t)$, $M(x,t)$, $\omega_H(t)$, C- скорость распространения волны.

Второй этап решения данной задачи связан с осуществлением перехода от изображений (2), (3) в область оригиналов.

При этом, в отличии от работ $[1,2]$, в данной статье был сделан иной подход, суть которого заключается в следующем.

Выражения (2),(3) можно представить в виде

$$\omega(\delta,s)\left[\frac{1}{s}-e^{\varphi}k_1(s)\right]=\left[k_2(s)-e^{\varphi}k_3(s)\right]\omega_H(s) \tag{4}$$

$$M(\delta,s)\left[\frac{1}{s}-e^{\varphi}k_1(s)\right]=\frac{1}{\rho}\left[k_2(s)+e^{\varphi}k_3(s)\right]\omega_H(s), \tag{5}$$

где

$$k_1(s)=\frac{1}{s}e^{-\frac{2l}{c}s},\quad k_2(s)=\frac{1}{s}e^{-\frac{2l\delta}{c}s},$$

$$k_3(s)=\frac{1}{s}e^{-\frac{2l(1-\delta)}{c}s},\quad e^{\varphi}=\frac{\rho-\mu}{\rho+\mu},\quad \delta=\frac{x}{2l}$$

При свободном конце колонны труб $e^{\varphi}=-1$. Для защемленной на конце колонны труб $e^{\varphi}=1$. Переходя от уравнений (4), (5) относительно изображений к уравнениям оригиналов, получим:

$$\int_0^e \omega(t-\theta,\delta)1(\theta)d\theta-e^{\varphi}\int_{\frac{2l}{c}}^{t}\omega(t-\theta,\delta)k_1(\theta)d\theta=$$

$$=\int_{\frac{2l\delta}{c}}^{t}\omega_H(t-\theta)k_2(\theta)d\theta-e^{\varphi}\int_{\frac{2l}{c}(1-\delta)}^{t}\omega_H(t-\theta)k_3(\theta)d\theta, \tag{6}$$

$$\int_0^t M(t-\theta,\delta)1(\theta)d\theta-e^{\varphi}\int_{\frac{2l}{c}}^{t}M(t-\theta,\delta)k_1(\theta)d\theta=$$

$$\frac{1}{\rho}\int_{\frac{2l\delta}{c}}^{t}\omega_H(t-\theta)k_2(\theta)d\theta+\frac{1}{\rho}\int_{\frac{2l}{c}(1-\delta)}^{t}\omega_H(t-\theta)k_3(\theta)d\theta \tag{7}$$

Интегральные уравнения (6), (7) могут быть решены численно, если заменить интегралы суммами.

В связи с этим, согласно работам $[1,2]$, используя связь между непрерывным временем t и дискретным n в виде $t = {}^{nT}\!/_{\lambda}$ (где λ- любое целое число), производим дискретизацию интегральных уравнений (6), (7) при выбранном интервале ${}^{T}\!/_{\lambda}$, заменяя операцию непрерывного интегрирования суммированием по методу прямоугольников.

При этом, вместо (6), (7), получим:

$$\sum_{m=0}^{n} \omega[n-m,\delta]\, 1[m] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda}^{n} 1[m-\lambda]\, \omega[n-m,\delta]$$

$$= \sum_{m=\lambda\delta}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda\delta] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda\delta] \qquad (8)$$

$$\sum_{m=0}^{n} M[n-m,\delta]\, 1[m] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda}^{n} 1[m-\lambda]\, M[n-m,\delta]$$

$$= \frac{1}{\rho} \sum_{m=\lambda\delta}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda\delta] + \frac{1}{\rho} \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda(1-\delta)], \qquad (9)$$

где $\omega[n,\delta]$, $M[n,\delta]$- значения исходных функций в решётчатой форме.

Здесь $$\sum_{m=0}^{n} \omega[n-m,\delta] 1[m] = \omega[n,\delta] + \sum_{m=0}^{n-1} 1[n-m] \omega[m,\delta], \qquad (10)$$

$$\sum_{m=0}^{n} M[n-m,\delta] 1[m] = M[n,\delta] + \sum_{m=0}^{n-1} 1[n-m] M[m,\delta], \qquad (11)$$

Выражение (8) с учетом (10) будет иметь вид

$$\omega[n,\delta] + \sum_{m=0}^{n-1} 1[n-m]\omega[m,\delta] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda}^{n} 1[m-\lambda]\omega[n-m,\delta] =$$

$$\sum_{m=\lambda\delta}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda\delta] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^{n} \omega_H[n-m]\, 1[m-\lambda(1-\delta)] \qquad (12)$$

Отсюда находим следующее рекуррентное соотношение, позволяющее последовательно вычислять функции $\omega[n,\delta]$:

$$\omega[n,\delta] = \left(\sum_{m=\lambda\delta}^{n} 1[m-\lambda\delta] - e^{\varphi} \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^{n} 1[m-\lambda(1-\delta)] \right) \cdot \omega_H[n-m] +$$

$$+ e^{\varphi} \sum_{m=\lambda}^{n} 1[m-\lambda]\omega[n-m,\delta] - \sum_{m=0}^{n-1} 1[n-m]\omega[m,\delta], \qquad (13)$$

Проводя аналогичные операции, получаем следующие рекуррентные соотношения для определения значения решётчатой функции $M[n,\delta]$:

$$M[n,\delta] = \frac{1}{\rho}\left(\sum_{m=\lambda\delta}^{n} 1[m-\lambda\delta] + e^{\varphi} \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^{n} 1[m-\lambda(1-\delta)] \right) \cdot \omega_H[n-m] +$$

$$+ e^{\varphi} \sum_{m=\lambda}^{n} 1[m-\lambda]M[n-m,\delta] - \sum_{m=0}^{n-1} 1[n-m]M[m,\delta], \qquad (14)$$

Погрешность расчётов связана с величиной λ. Чем больше выбрано число λ, тем в меньшей мере характеристики непрерывной функции отличаются от соответствующих характеристик решётчатых.

Полученные рекуррентные соотношения (13), (14) определяют изменения угловой скорости и момента кручения в произвольной точке колонны бурильных труб как объекта с распределёнными параметрами в любой момент времени и легко реализуются на компьютере.

1. *Кадымов Я.Б.* Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. М. Физматгиз, 1968.
2. *Кадымов Я.Б., Листенгартен Б.А., Мамедов А.И., Омаров А.А.* Расчет переходных процессов в электроприводе, питаемом от системы с распределенными параметрами.//Изв.АН СССР «Энергетика и транспорт».- 1977-№2.
3. *Цыпкин Я.З.* Теория линейных импульсных систем.-М.: Физматгиз,1963.
4. *Наумов Б.Н.* Теория нелинейных автоматических систем.- М.: Физматгиз, 1972.
5. *Козловский Е.А., Питерский В.М., Мурашев С.Ф.* Автоматизация управления геологоразведочным бурением.-М.: Недра,1991.
6. *Керимов З.Г.* Динамические расчёты бурильной колонны.-М.: Недра,1970.
7. *Киселев Н.В., Мядзель В.Н., Рассудов Л.Н.* Электроприводы с распределёнными параметрами.- Л.: Судостроение,1985.

PAYLANMIŞ PARAMETRLİ OBYEKT KİMİ QAZMA BORULARININ SÜTUNUNDA KEÇİD PROSESSLƏRİNİN ƏDƏDİ TƏYİN OLUNMASI

ƏLİYEV Ya.A.

Məqalədə paylanmış parametrli obyekt kimi qazma borularının sütununda keçid prosessləri-nin riyazi modelləşdirilməsi üçün ədədi metodun işlənilməsi məsələlərinə baxılmışdır.

NUMERICAL DEFINITION OF TRANSIENT PROCESSES IN DRILL PIPES AS AN OBJECT WITH DISTRIBUTED PARAMETERS

ALIYEV Y.A.

The numerical method of calculation of transient processes in drill pipes as an object with distributed parameters is offered.