

УДК 621.313

К ВОПРОСУ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ТРАНСФОРМАТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА С УЧЕТОМ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ

МАМЕДОВ Ф.И., ГУСЕЙНОВ Р.А., САДЫГОВ Э.В.

Сумгаитский Государственный Университет

В статье рассмотрены вопросы измерения больших токов в электролизных процессах при получении хлора. Для решения этого вопроса разработан трансформатор постоянного тока, имеющий сплошной ферромагнитный сердечник. С учетом вихревых токов в теле магнитопровода получена аналитическая формула, позволяющая определить рабочую характеристику трансформатора.

Измерение больших электрических величин электрическими методами в настоящее время охватывает все области науки и техники. Приборы, большей частью описанные в технической литературе, не позволяют производить точные измерения больших сил токов [1, 2].

В данной статье рассматриваются вопросы измерения больших токов в электролизных процессах при получении хлора. В этом процессе в токопроводящих шинах протекает электрический ток, величина которого достигает нескольких кА. Для измерения силы таких токов удобно применять трансформатор постоянного тока, электромагнитная система которого содержит сплошной ферромагнитный материал. В созданном устройстве, имеющем сплошной ферромагнитный сердечник, одновременно имеются постоянный и переменный магнитные потоки. Последние, в свою очередь, создают вихревые токи в теле магнитопровода [3]. Поэтому в данной статье рассматриваются вопросы определения рабочей характеристики трансформатора постоянного тока при наличии вихревых токов. Созданный трансформатор постоянного тока имеет «О» - образный магнитопровод с прямоугольным поперечным сечением, выполненный из сплошной конструкционной стали марки СТ-10. Сечение магнитопровода имеет соизмеримую ширину и длину. Для определения рабочей характеристики разработанного устройства с учетом вихревых токов возникает необходимость определения переменного магнитного поля в теле магнитопровода [4]. В теле магнитопровода напряженность магнитного поля имеет составляющие \dot{H}_z , \dot{H}_x и \dot{H}_y . Составляющие напряженности магнитного поля \dot{H}_x и \dot{H}_y характеризуются силовыми линиями, замыкающимися через воздушное пространство вокруг обмотки (рис. 1).

Необходимо отметить, что силовые линии, замыкающиеся вокруг обмотки в направлении оси X и Y , незначительны, и ими можно пренебречь. При этом в теле магнитопровода остается только напряженность магнитного поля \dot{H}_z , направленная по оси Z (рис. 2а). Так как \dot{H}_x по оси X и \dot{H}_y по оси Y приняты равными нулю, то в поперечном сечении магнитопровода \dot{H}_z является функцией, зависящей от оси X и Y .

При этом составляющие \dot{H}_z описываются дифференциальным уравнением с частными производными второго порядка, т.е.

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_z}{\partial y^2} = k^2 \dot{H}_z, \quad (1)$$

где $k = \sqrt{j\omega\mu\mu_0}$; граничные условия:

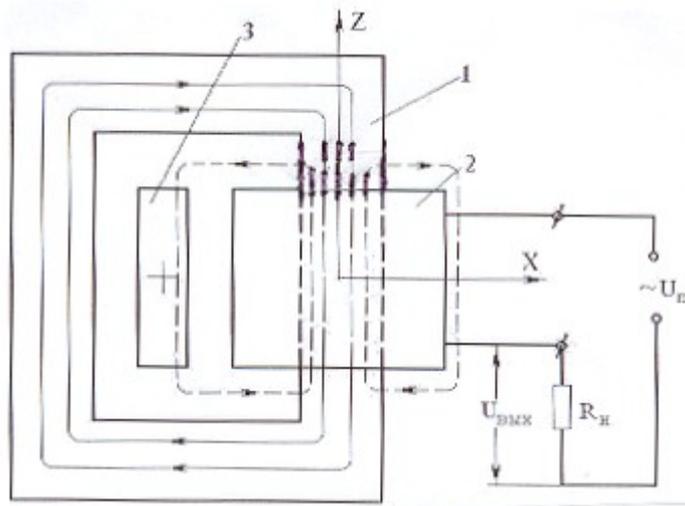
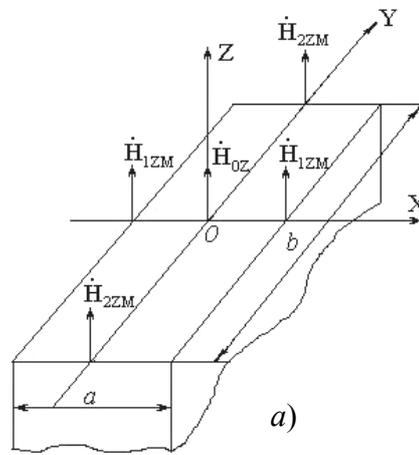
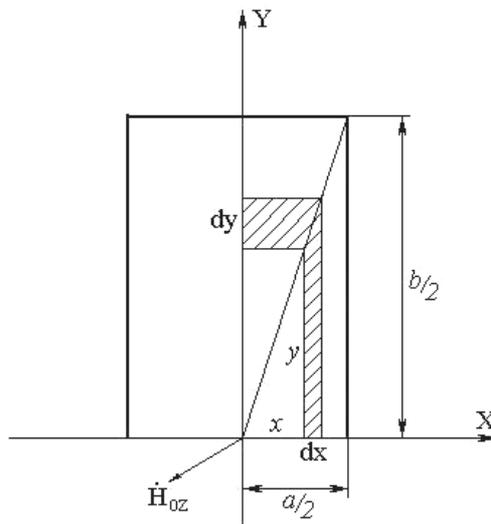


Рис. 1.



a)



б)

Рис. 2.

$$\begin{aligned}
\dot{H}_z(x \neq 0; y = 0) &= F(x), \\
\dot{H}_z(x = 0; y \neq 0) &= F(y), \\
\dot{H}_z(x = \pm \frac{a}{2}; y = 0) &= \dot{H}_{1zm}, \\
\dot{H}_z(x = 0; y = \pm \frac{b}{2}) &= \dot{H}_{2zm}.
\end{aligned} \tag{2}$$

Решение уравнения (1) осуществляется методом разделения переменных, т.е. методом Фурье.

Частное решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (2), ищут в виде произведения двух функций $A(x)$ и $B(y)$, из которых первая зависит только от x , а вторая только от y , т.е.

$$\dot{H}_z = A(x) \cdot B(y). \tag{3}$$

Подставлением уравнения (3) в (1) и разделением этих равенств на $A(x) \cdot B(y)$ получается:

$$\frac{1}{A(x)} \cdot \frac{\partial^2 A(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{B(y)} \cdot \frac{\partial^2 B(y)}{\partial y^2} = k^2. \tag{4}$$

Так как в этом уравнении $A(x)$ зависит только от x , а $B(y)$ только от y , то частные дифференциалы в (4) можно заменить полными производными, т.е. уравнение (4) записывается в виде:

$$\frac{1}{A(x)} \cdot \frac{d^2 A(x)}{dx^2} + \frac{1}{B(y)} \cdot \frac{d^2 B(y)}{dy^2} = k^2. \tag{5}$$

Таким образом, уравнение (5) распадается на два независимых уравнения:

$$\frac{1}{A(x)} \cdot \frac{d^2 A(x)}{dx^2} = m^2; \quad \frac{1}{B(y)} \cdot \frac{d^2 B(y)}{dy^2} = n^2, \tag{6}$$

где m, n - постоянные разделения и связаны равенством:

$$m^2 + n^2 = k^2. \tag{7}$$

Решением уравнений (6) является:

$$\begin{aligned}
A(x) &= A_1 e^{mx} + A_2 e^{-mx}, \\
B(y) &= B_1 e^{ny} + B_2 e^{-ny}.
\end{aligned} \tag{8}$$

С учетом условия (2) соответственно в (8) и после некоторых преобразований получается:

$$\begin{aligned}
A(x) &= 2A \operatorname{ch} mx, \\
B(y) &= 2B \operatorname{ch} ny.
\end{aligned} \tag{9}$$

Подставлением (9) в (3) получается:

$$\dot{H}_z = D \operatorname{ch} mx \cdot \operatorname{ch} ny, \tag{10}$$

где $D = 2A \cdot 2B$.

С учетом условия (2) и (10), получается $\dot{H}_z = \dot{H}_{0z} = D$, соответственно \dot{H}_z из (10) записывается в виде:

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{0z} \operatorname{ch} mx \cdot \operatorname{ch} ny \tag{11}$$

Используя условия (2) и подставляя $x = \frac{a}{2}$ и $y = \frac{b}{2}$, соответственно, получается:

$$\begin{aligned}
\dot{H}_z &= \dot{H}_{0z} \operatorname{ch} m \frac{a}{2} = \dot{H}_{1zm}, \\
\dot{H}_z &= \dot{H}_{0z} \operatorname{ch} n \frac{b}{2} = \dot{H}_{2zm}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Для нахождения связи между m и n из (12) будем иметь:

$$\dot{H}_{2zm} \operatorname{ch} m \frac{a}{2} = \dot{H}_{1zm} \operatorname{ch} n \frac{b}{2}.$$

Обратим внимание на то, что вблизи боковых поверхностей магнитопровода отсутствуют вихревые токи, тогда по средней магнитосиловой линии и по боковой поверхности по контуру 1-2-3-4-1 на основе закона полного тока можно записать:

$$\dot{H}_{1zm} 2(h+b) + H_{2ym} 2(d+b) = \dot{i} W, \quad (13)$$

где \dot{H}_{1zm} - напряженность магнитного поля в вертикальной части магнитопровода, соответствующая участку 1-2 и 3-4 контура 1-2-3-4-1; \dot{H}_{2ym} - напряженность магнитного поля в горизонтальной части магнитопровода, соответствующая участку 1-4 и 2-3 контура 1-2-3-4-1 (рис.3).

Применяя принцип непрерывности для элементарной магнитной трубки, легко можно установить, что $\dot{H}_{1zm} = \dot{H}_{2ym}$. При таком обстоятельстве (13) записывается в виде:

$$\dot{H}_{1zm} = \frac{\dot{i} W}{2(h+d+2b)},$$

где h , d - соответственно высота и ширина окна магнитопровода. Аналогичным образом применяется закон полного тока для контура 1'-2'-3'-4'-1', взятого во внутренней поверхности магнитопровода и находящегося в его середине. Здесь, также используя принцип непрерывности вокруг этого контура для \dot{H}_{2zm} , можно написать:

$$\dot{H}_{2zm} = \frac{\dot{i} W}{2(h+d)}.$$

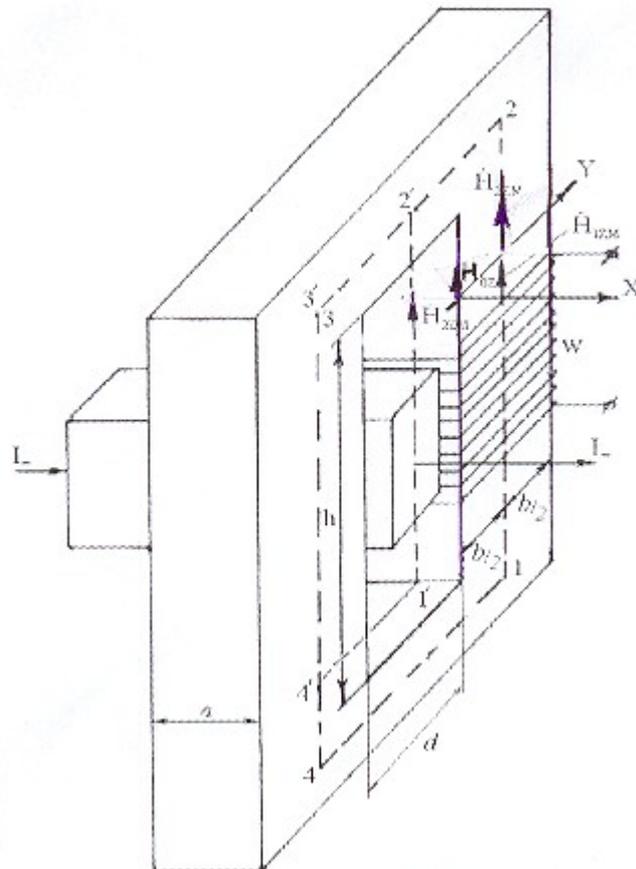


Рис. 3.

Подставлением \dot{H}_{1zm} и \dot{H}_{2zm} в (12) и после некоторых преобразований получается:

$$\frac{\operatorname{ch}\left(n\frac{b}{2}\right)}{\operatorname{ch}\left(m\frac{a}{2}\right)} = \frac{1}{1 + \frac{2a}{h+d}}.$$

Для реальной конструкции магнитопровода трансформатора постоянного тока имеет место неравенство:

$$\frac{2a}{h+d} \ll 1.$$

При таком обстоятельстве получается:

$$\operatorname{ch} m\frac{a}{2} = \operatorname{ch} n\frac{b}{2},$$

откуда

$$ma = nb.$$

Выразив из последнего n через m и подставив в (7), будем иметь:

$$m = \frac{kb}{\sqrt{a^2 + b^2}};$$

$$n = \frac{ka}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

Подставляя m и n в (11) для \dot{H}_z , получим:

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{0z} \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{kb}{\sqrt{a^2 + b^2}}x\right) \operatorname{ch}\left(\frac{ka}{\sqrt{a^2 + b^2}}y\right). \quad (14)$$

Для нахождения \dot{H}_{0z} , используя равенство (12) путем умножения их по соответствующим сторонам, имеем:

$$\dot{H}_{0z}^2 \operatorname{ch} m\frac{a}{2} \operatorname{ch} n\frac{b}{2} = \dot{H}_{1zm} \dot{H}_{2zm}, \quad (15)$$

Учитывая m и n , а также \dot{H}_{1zm} , \dot{H}_{2zm} в (15), и после некоторых преобразований для \dot{H}_{0z} , получим:

$$\dot{H}_{0z} = \frac{iW}{2(h+d)\sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}} \operatorname{ch}\left(\frac{kab}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right)}. \quad (16)$$

С учетом \dot{H}_{0z} в (14) для \dot{H}_z получим:

$$\dot{H}_z = \frac{iW \operatorname{ch}\left(\frac{kb}{\sqrt{a^2 + b^2}}x\right) \operatorname{ch}\left(\frac{ka}{\sqrt{a^2 + b^2}}y\right)}{2(h+d)\sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}} \operatorname{ch}\frac{kab}{\sqrt{a^2 + b^2}}}. \quad (17)$$

Обозначив в (17)

$$k_1 = \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}; \quad k_2 = \frac{iW}{2(h+d)\sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}} \operatorname{ch} k_1}.$$

Будем иметь:

$$\dot{H}_z = k_2 \cdot \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{x}{a}\right) \cdot \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{y}{b}\right). \quad (18)$$

Зная напряженность магнитного поля \dot{H}_z , перейдем к определению магнитного потока, проходящего через поперечное сечение магнитопровода. Для элементарного сечения $y dx$ и $x dy$:

$$\dot{\Phi}_z = 4\mu\mu_0 k_2 \left[\int_0^{a/2} \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{x}{a}\right) \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{y}{b}\right) y dx + \int_0^{b/2} \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{x}{a}\right) \operatorname{ch}\left(k_1 \frac{y}{b}\right) \cdot x dy \right]. \quad (19)$$

Согласно рис. 2б, для элементарного сечения $y dx$ и $x dy$ получим следующие соотношения

$$x = \frac{a}{b} \cdot y, \quad dx = \frac{a}{b} dy$$

или

$$y = \frac{b}{a} x, \quad dy = \frac{b}{a} dx.$$

Учитывая их в (19) получим:

$$\dot{\Phi}_z = 4\mu\mu_0 k_2 \frac{b}{a} \left[\int_0^{a/2} \operatorname{ch}^2\left(k_1 \frac{x}{a}\right) \cdot x dx + \frac{a^2}{b^2} \int_0^{b/2} \operatorname{ch}^2\left(k_1 \frac{y}{b}\right) y dy \right]. \quad (20)$$

Обращая внимание на то, что

$$\operatorname{ch}^2\left(k_1 \frac{x}{a}\right) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{ch}\left(2k_1 \frac{x}{a}\right) + 1 \right]; \quad \operatorname{ch}^2\left(k_1 \frac{y}{b}\right) = \frac{1}{2} \left[\operatorname{ch}\left(2k_1 \frac{y}{b}\right) + 1 \right],$$

тогда (20) с учетом этого записывается в виде:

$$\dot{\Phi}_z = 2\mu\mu_0 k_2 \frac{b}{a} \left[\int_0^{a/2} \operatorname{ch}\left(2k_1 \frac{x}{a}\right) \cdot x dx + \frac{a^2}{b^2} \int_0^{b/2} \operatorname{ch}\left(2k_1 \frac{y}{b}\right) \cdot y dy + \int_0^{a/2} x dx + \frac{a^2}{b^2} \int_0^{b/2} y dy \right]. \quad (21)$$

Раскрывая интегралы, входящие в (21), получим:

$$\dot{\Phi}_z = \frac{\mu\mu_0 j W \sqrt{a^2 + b^2} \left[\operatorname{sh} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{kba} \operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{kba} + \frac{kba}{2\sqrt{a^2 + b^2}} \right]}{4(h+d) \sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}} \cdot \operatorname{ch}\left(\frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) \cdot k}. \quad (22)$$

Зная магнитный поток (22), можем определить индуктивность обмотки переменного тока трансформатора, т. е.

$$L = \frac{\dot{\Phi}_z W}{\dot{I}} = k_3 \frac{\mu\mu_0}{k} \left[\operatorname{th} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}} - \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{kba} + \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{kba \operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}} + \frac{kba}{2\sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \right], \quad (23)$$

где

$$k_3 = \frac{W^2 \sqrt{a^2 + b^2}}{4(h+d) \sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}}};$$

W - число витков обмотки переменного тока трансформатора.

Обмотка трансформатора питается от источника переменного тока с частотой 50 Гц. Для данного материала и геометрических размеров магнитопровода легко выполняются условия неравенства:

$$\left[\operatorname{th} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{kba}{2\sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \right] \gg \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{kba} \left(\frac{1}{\operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}} - 1 \right).$$

При этом формула (23) записывается в виде:

$$L = k_3 \frac{\mu\mu_0}{k} \left[\operatorname{th} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{kba}{2\sqrt{a^2 + b^2} \operatorname{ch} \frac{kba}{\sqrt{a^2 + b^2}}} \right].$$

В случае, когда $b \gg a$, L представляется в виде:

$$L = k_3' \frac{\mu\mu_0}{k} \left[\operatorname{th} ka + \frac{ka}{2 \operatorname{ch} ka} \right],$$

где

$$k_3' = \frac{bW^2}{4(h+d)\sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}}}.$$

При частоте 50 Гц напряжение питания и $\mu = 400$, модуль величины ka получается не ниже 5. В соответствии с этим $\operatorname{th} ka \approx 1$ и выполняется условие:

$$\frac{ka}{2 \operatorname{ch} ka} \ll 1.$$

При этом L записывается в виде:

$$L = k_4 \sqrt{\mu} (1 - j), \quad (24)$$

где

$$k_4 = \frac{\sqrt{2}W^2 \mu_0 \sqrt{a^2 + b^2}}{8(h+d)\sqrt{1 + \frac{2a}{h+d}} \sqrt{\omega\gamma\mu_0}}.$$

Обозначив активную часть индуктивности L через L_a , а реактивную часть - L_p , согласно (24), получим:

$$L = L_a - jL_p,$$

где

$$L_a = k_4 \sqrt{\mu}; \quad L_p = k_4 \sqrt{\mu}.$$

Перейдем к определению рабочей характеристики устройства. Для этого принимаем во внимание, что его выходное напряжение равно:

$$\dot{U}_{\text{вых}} = R_n \cdot \dot{I}_{\sim}, \quad (25)$$

где R_n -сопротивление нагрузки устройства, \dot{I}_{\sim} -ток возбуждения, который записывается в виде:

$$\dot{I}_{\sim} = \frac{\dot{U}_n}{(R_n + r) + j\omega L}, \quad (26)$$

где \dot{U}_n -напряжение источника питания переменного тока; r -активное сопротивление обмотки переменного тока; ω -угловая частота напряжения \dot{U}_n .

Подставив (24) в (26) и после определения модуля тока возбуждения, будем иметь:

$$I_{\sim} = \frac{U_n}{\sqrt{(R_n + r + \omega L_p)^2 + \omega^2 L_a^2}}.$$

Производя преобразования этого выражения и учитывая, что $L_a = L_p$, получим:

$$I_{\sim} = \frac{U_n}{\sqrt{(R_n + r)^2 + 2(R_n + r)\omega L_a + 2\omega^2 L_a^2}}. \quad (27)$$

По принципу действия устройства можем судить о том, что с изменением постоянного тока меняется μ , который выражается в виде:

$$\mu = \mu_n \pm \Delta\mu = \mu_n \left(1 \pm \frac{\Delta\mu}{\mu_n} \right).$$

При этом индуктивность L_a будет равна:

$$L_a = k_4 \sqrt{\mu_n} \sqrt{1 \pm \frac{\Delta\mu}{\mu_n}} = L_{an} \sqrt{1 \pm \frac{\Delta\mu}{\mu_n}}, \quad (28)$$

где μ_n - начальное значение относительной магнитной проницаемости материала магнитопровода устройства; $L_{an} = k_4 \sqrt{\mu_n}$.

Применяя приближенную формулу (28) и полученную для L_a формулу, подставив в (27) и производя некоторые преобразования, с учетом пренебрежения члена, содержащего $\Delta\mu^2$, а также применяя приближенную формулу для $U_{вых}$, получим:

$$U_{вых} - \Delta U = \frac{U_n R_n}{(R_n + r + \omega L_{an})} \left(1 - \frac{(R_n + r)\omega L_{an} + \omega^2 L_{an}^2}{(R_n + r + \omega L_{an})^2} \cdot \frac{\Delta\mu}{2\mu_n} \right),$$

откуда

$$\Delta U = \frac{U_n \cdot R_n \left((R_n + r)\omega L_{an} + \omega^2 L_{an}^2 \right)}{(R_n + r + \omega L_{an})^3} \cdot \frac{\Delta\mu}{2\mu_n}. \quad (29)$$

Как видно из (29), при наличии вихревых токов в теле магнитопровода изменение выходного напряжения прямо пропорционально изменению $\Delta\mu$, а наклон в $\Delta U = F(\Delta\mu)$ заметно зависит от величины частоты питающего напряжения, т.е.

$$\Delta U = \beta(\omega) \Delta\mu, \quad (30)$$

где

$$\beta(\omega) = \frac{U_n R_n \left((R_n + r)\omega L_{an} + \omega^2 L_{an}^2 \right)}{2\mu_n (R_n + r + \omega L_{an})^3}.$$

Обозначив $\frac{\omega L_{an}}{R_n + r} = m$ для $\beta(\omega)$, получим:

$$\beta(\omega) = \frac{U_n R_n m^2}{2\mu_n \omega L_{an} (1 + m)^2}.$$

Обращая внимание на то, что $R_n \gg 2$, принимаем, что $\frac{\omega L_{an}}{R_n}$ также равняется m , тогда последняя формула записывается в виде:

$$\beta(\omega) = \frac{U_n \cdot m}{2\mu_n (1 + m)^2}. \quad (31)$$

Подставив (31) в (30) для ΔU , получим:

$$\Delta U = \frac{U_n \cdot m}{2\mu_n (1 + m)^2} \cdot \Delta\mu.$$

Полученная формула позволяет определить рабочие характеристики трансформатора постоянного тока с учетом потери вихревых токов.

1. *Миловзоров В.П.* Электромагнитные устройства автоматики. М.: Высшая школа, 1983. - 408 с.
2. *Ройзен С.С., Стефанович Т.Х.* Магнитные усилители в электроприводе и автоматике. М.: Энергия, 1970. - 552 с.
3. *Белицкая М.С., Лиманов Е.А.* Трансформаторы постоянного тока и напряжения. М.-Л.: Энергия, 1964. - 236 с.
4. *Мамедов Ф.И., Дадашова Р.Б.* Аналитическое определение параметров индуктивного датчика линейных и угловых перемещений // Электротехника. – 2002. - № 11. - с.53-58.

DÖVRÜ CƏRƏYANLARI NƏZƏRƏ ALMAQLA SABİT CƏRƏYAN TRANSFORMATORUNUN PARAMETRLƏRİNİN TƏYİN OLUNMASINA DAİR

MƏMMƏDOV F.İ., HÜSEYNOV R.A., SADIQOV E.V.

Məqalədə xlor alınan zaman elektroliz prosesində böyük qiymətli sabit cərəyanın ölçülməsi məsələsinə baxılır. Bu məsələnin həlli üçün bütöv ferromaqnit nüvəyə malik sabit cərəyan transformatoru yaradılmışdır. Maqnit nüvəsində dövrü cərəyanları nəzərə almaqla transformatorun işçi xarakteristikalarını almağa imkan verən analitik ifadələr alınmışdır.

TO A PROBLEM OF DEFINITION OF PARAMETERS OF THE TRANSFORMER OF A DIRECT CURRENT WITH ALLOWANCE FOR OF EDDY CURRENTS

MAMMADOV F.I., HUSEYNOV R.A., SADIGOV E.V.

In the article the problems of measurement of large forces of currents in electrolyze processes are reviewed at obtaining chlorine. For the solution of this problem design the transformer of a direct current the having solid ferromagnetic heart. With allowance for of eddy currents in a body of a magnetic circuit the analytical formula permitting to define performance curves of the transformer is obtained.