

УДК 62.50

**К ВОПРОСУ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В КОЛОННЕ БУРИЛЬНЫХ ТРУБ КАК ОБЪЕКТА С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ УЧЕТЕ ПОТЕРЬ****АЛИЕВ Я.А., МАМЕДОВА З.А.***Азербайджанский Научно-Исследовательский Институт Энергетики и Энергетического проектирования*

Дается численный метод расчета переходных процессов в колонне бурильных труб с распределенными параметрами при учете потерь между колонной бурильных труб и глинистым раствором. Получены алгоритмы, удобные для проведения расчетов на компьютере.

В настоящее время в условиях широкого внедрения компьютерной техники в инженерной практике, вопросы численного моделирования переходных процессов, возникающих в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами, приобретают важное научное и практическое значение [1,2].

Использование компьютерной техники обосновывается с тем, что осуществление реальных экспериментов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами часто становится весьма затруднительным, а физическое моделирование требует существенных материальных затрат.

Использование компьютерной техники для численного моделирования переходных процессов в колонне бурильных труб, как объекта с распределенными параметрами, существенно расширяет круг решаемых практических задач.

Одним из эффективных численных методов расчета переходных процессов, возникающих в колонне бурильных труб, как объекта с распределенными параметрами, является численный метод [1,2], основанный на использовании дискретного аналога интегрального уравнения свертки [3].

Преимуществом указанного численного метода является то, что он позволяет найти переходные процессы, протекающие в объектах с распределенными параметрами при произвольных значениях  $\alpha T$  и  $\beta T$  ( $\alpha$  - коэффициент затухания волны,  $\beta$  - коэффициент искажений) без перехода в область дискретных изображений, а также осуществлять переход от Лапласовых изображений искомым функций в область оригиналов без нахождения корней характеристических уравнений передаточных функций, что значительно упрощает математические выкладки и повышает точность расчета.

Кроме того, предложенный подход [1,2], в отличие от существующих методов [4], в зависимости от заданной точности расчета, позволяет заменить операцию непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулами прямоугольников, трапеций, Симпсона [3].

В работах [1,2] предложенные методы для численного моделирования переходных процессов в объектах с распределенными параметрами основывались на замене операций непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулой прямоугольников.

В данной статье дается дальнейшее развитие работ [1,2] для расчета переходных процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами при учете потерь между колонной бурильных труб и глинистым раствором, заменяя

операции непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулой трапеций.

Переходные процессы, протекающие в колонне бурильных труб, как объекта с распределенными параметрами при крутильных колебаниях и при учете трения между колонны труб и глинистым раствором, описываются телеграфными уравнениями:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \omega}{\partial x} &= \kappa_1 \frac{\partial M}{\partial t} + k_3 M, \\ -\frac{\partial M}{\partial x} &= k_2 \frac{\partial \omega}{\partial t} + k_4 \omega, \quad 0 \leq x \leq l \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\omega = \omega(x, t)$  - угловая скорость;  $M = M(x, t)$  - крутящий момент;  $x$ - координата точки колонны вниз от устья скважины;  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3, \kappa_4$  - коэффициенты, характеризующие соответственно упругость, инерцию, податливость и потери на трение элементарной части колонны бурильных труб;  $l$ -длина колонны бурильных труб.

Начальные условия нулевые:

$$\omega(x, t)_{t=0} = 0, \quad M(x, t)_{t=0} = 0$$

Граничные условия имеют вид:

$$\omega(x, t)_{x=0} = \omega_H(t), \quad \omega(x, t)_{x=l} = \mu M(x, t)_{x=l},$$

где  $\omega_H(t)$  - произвольный закон изменения угловой скорости в начале колонны труб;  $\mu$  - постоянный коэффициент.

В рассматриваемом случае звено-долото представляется в виде активной нагрузки вала с сопротивлением  $\mu$ . При свободном конце колонны бурильных труб  $\mu = \infty$ , при закрепленном  $\mu = 0$ .

При решении поставленной задачи на первом этапе необходимо получить Лапласово изображение для функций  $\omega(x, t)$ ,  $M(x, t)$ .

Используя этот метод, при принятых начальных и граничных условиях из решения системы дифференциальных уравнений (1) получим выражения для указанных функций в операторной форме:

$$\omega(x, s) = \frac{ch\gamma(l-x)}{ch\gamma l} \omega_H(s) - \rho(s) M_k(s) \frac{sh\gamma x}{ch\gamma l}, \quad (2)$$

$$M(x, s) = \frac{1}{\rho(s)} \cdot \frac{sh\gamma(l-x)}{ch\gamma l} \omega_H(s) + M_k(s) \frac{ch\gamma x}{sh\gamma l}, \quad (3)$$

где

$\gamma = \gamma(s) = \sqrt{(sk_1 + k_3)(sk_2 + k_4)}$  - операторная постоянная распространения волны;

$\rho(s) = \sqrt{\frac{sk_1 + k_3}{sk_2 + k_4}}$  - операторное волновое сопротивление колонны бурильных труб;

$s$  - оператор преобразования Лапласа;  $\omega(x, s)$ ,  $M(x, s)$ ,  $\omega_H(s)$ ,  $M_k(s)$  - Лапласово изображение функций  $\omega(x, t)$ ,  $M(x, t)$ ,  $\omega_H(t)$ ,  $M_k(t)$ .

Второй этап решения поставленной задачи связан с осуществлением перехода от Лапласовых изображений (2), (3) в область оригиналов.

При этом, в отличие от работы [4], для решения поставленной задачи в данной работе был предложен иной подход, суть которого заключается в следующем.

В выражениях для функций  $\omega(x, s)$ ,  $M(x, s)$  из (2), (3), переходя от гиперболических функций к степенным функциям, получим:

$$M(\delta, s) \frac{1}{s} = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \left(1 + \frac{k_4}{k_2} \frac{1}{s}\right) \frac{1}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}} \cdot \frac{e^{-2\gamma\delta} - e^{-2\gamma(1-\delta)}}{1 + e^{-2\gamma}} \omega_H(s) +$$

$$+ \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-2\gamma\delta} + e^{-\gamma(1+2\delta)}}{1 + e^{-2\gamma}} M_k(s),$$

$$\omega(\delta, s) \left(1 + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{1}{s}\right) \frac{1}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}} = \left(1 + \frac{k_4}{k_2} \frac{1}{s}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}} \frac{e^{-2\gamma\delta} + e^{-2\gamma(1-\delta)}}{1 + e^{-2\gamma}} \omega_H(s) -$$

$$- \rho M_k(s) \frac{e^{-\gamma(1-2\delta)} - e^{-\gamma(1+2\delta)}}{1 + e^{-2\gamma}} \cdot \frac{1}{s}, \quad (5)$$

где  $\gamma = \gamma(s) = \frac{1}{\nu} \sqrt{(p+\alpha)^2 - \beta^2}$ ,  $\nu = 1/\sqrt{k_1 k_2}$  – скорость распространения волны;

$\rho = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$  – волновое сопротивление колонны бурильных труб без учета потерь;

$$\alpha = \frac{1}{2} \left(\frac{k_3}{k_1} + \frac{k_4}{k_2}\right); \quad \beta = \frac{1}{2} \left(\frac{k_3}{k_1} - \frac{k_4}{k_2}\right); \quad \delta = \frac{x}{2l}.$$

В частном случае, если  $k_4 = 0$ , то  $\alpha = \beta$ . При  $\beta = 0$ , в так называемых сбалансированных звеньях, для которых имеет место следующее соотношение параметров:  $\frac{k_3}{k_1} = \frac{k_4}{k_2}$ .

Для сбалансированного звена ( $\beta = 0$ ) коэффициент  $\rho$  оказывается равным тому же значению, что и для звена без потерь:  $\rho = \sqrt{\frac{k_1}{k_2}}$ .

Выражения (4), (5) можно представить в виде:

$$M(\delta, s) \left[ \frac{1}{s} + k_1(s) \right] = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} \left[ k_2(s) + \frac{k_4}{k_2} k_3(s) - k_4(s) - \frac{k_4}{k_2} k_5(s) \right] \omega_H(s) +$$

$$+ [k_6(s) + k_7(s)] M_k(s), \quad (6)$$

$$\omega(\delta, s) \left[ k_8(s) + \frac{k_4}{k_2} k_9(s) + k_{10}(s) + \frac{k_4}{k_2} k_{11}(s) \right] = \left[ k_2(s) + \frac{k_4}{k_2} k_3(s) + k_4(s) + \frac{k_4}{k_2} k_5(s) \right] \omega_H(s) -$$

$$\rho [k_6(s) - k_7(s)] M_k(s), \quad (7)$$

где

$$k_1(s) = \frac{e^{-2\gamma}}{s}, \quad k_2(s) = \frac{e^{-2\gamma\delta}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}}, \quad k_3(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-2\gamma\delta}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}}, \quad k_4(s) = \frac{e^{-2\gamma(1-\delta)}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}},$$

$$k_5(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-2\gamma(1-\delta)}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}}, \quad k_6(s) = \frac{e^{-\gamma(1-2\delta)}}{s}, \quad k_7(s) = \frac{e^{-\gamma(1+2\delta)}}{s}, \quad k_8(s) = \frac{1}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}},$$

$$k_9(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}}, \quad k_{10}(s) = \frac{e^{-2\gamma}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}}, \quad k_{11}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{e^{-2\gamma}}{\sqrt{(s+\alpha)^2 - \beta^2}},$$

$k_1(s), K, k_{11}(s)$  – передаточные функции.

На основе теоремы свертки, переходя от уравнений (6), (7) относительно изображений к уравнениям относительно оригиналов, получим:

$$\begin{aligned}
& \int_0^t M(t-\theta, \delta) l(\theta) d\theta + \int_0^t M(t-\theta, \delta) k_1(\theta) d\theta = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{t}{2l\delta} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_2(\theta) d\theta + \right. \\
& \left. + \frac{k_4}{k_2} \frac{t}{2l\delta} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_3(\theta) d\theta - \frac{t}{2l(1-\delta)} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_4(\theta) d\theta - \frac{k_4}{k_2} \frac{t}{2l(1-\delta)} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_5(\theta) d\theta \right] + \quad (8) \\
& + \frac{t}{l(1-2\delta)} \int_0^t M_k(t-\theta) k_6(\theta) d\theta + \frac{t}{l(1+2\delta)} \int_0^t M_k(t-\theta) k_7(\theta) d\theta \\
& \int_0^t \omega(t-\theta, \delta) k_8(\theta) d\theta + \frac{k_4}{k_2} \int_0^t \omega(t-\theta, \delta) k_9(\theta) d\theta + \int_0^t \omega(t-\theta, \delta) k_{10}(\theta) d\theta + \frac{k_4}{k_2} \int_0^t \omega(t-\theta, \delta) k_{11}(\theta) d\theta = \\
& = \frac{t}{2l\delta} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_2(\theta) d\theta + \frac{k_4}{k_2} \frac{t}{2l\delta} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_3(\theta) d\theta + \frac{t}{2l(1-\delta)} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_4(\theta) d\theta + \\
& + \frac{k_4}{k_2} \frac{t}{2l(1-\delta)} \int_0^t \omega_H(t-\theta) k_5(\theta) d\theta - \rho \left( \frac{t}{l(1-2\delta)} \int_0^t M_k(t-\theta) k_6(\theta) d\theta - \frac{t}{l(1+2\delta)} \int_0^t M_k(t-\theta) k_7(\theta) d\theta \right), \quad (9)
\end{aligned}$$

где  $k_1(t), K, k_{11}(t)$  – известные оригиналы передаточных функций  $k_1(s), K, k_{11}(s)$ .

Интегральные уравнения (8), (9) могут быть решены численно, если заменить интегралы суммами.

В связи с этим, используя связь между непрерывным временем  $t$  и дискретным  $n$  в виде  $t = nT/\lambda$  ( $T = 2\tau$ ,  $\tau$  – время пробега волны в один конец объекта с распределенными параметрами;  $\lambda$  – любое целое число), производим дискретизацию уравнения (8), (9) при выбранном интервале  $T/\lambda$ , заменяя операцию непрерывного интегрирования суммированием, пользуясь формулой трапеций.

При этом вместо (8), (9), получим:

$$\begin{aligned}
M[n, \delta] &= \frac{1}{\rho} \left( \sum_{m=\lambda\delta}^n \left[ \left( k_2[m] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3[m] \right) \omega_H[n-m] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \left( k_2[n-m+1] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3[n-m+1] \right) \omega_H[n-1] \right] \right) - \\
& - \frac{1}{\rho} \left( \sum_{m=\lambda\delta}^n \left[ \left( k_4[m] - \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_5[m] \right) \omega_H[n-m] + \left( k_4[n-m+1] - \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_5[n-m+1] \right) \omega_H[m-1] \right] \right) + \\
& + \sum_{m=0.5\lambda(1-2\delta)}^n (k_6[m] M_k[n-m] + k_6[n-m+1] M_k[m-1]) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{m=0.5\lambda(1+2\delta)}^n (k_7[m]M_k[n-m] + k_7[n-m+1]M_k[m-1]) - \\
& - \sum_{m=\lambda}^n (k_1[m]M[n-m, \delta] + k_1[n-m+1]M[m-1, \delta]) - \\
& - \sum_{m=1}^n (M[n-m, \delta][m] + 1[n-m+1]M[m-1, \delta])
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
\omega[n, \delta] = & A \left\{ \sum_{m=\lambda\delta}^n \left[ \left( k_2[m] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3[m] \right) \omega_H[n-m] + \right. \right. \\
& + \left. \left( k_2[n-m+1] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3[n-m+1] \right) \omega_H[m-1] \right] + \\
& + \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^n \left[ \left( k_4[m] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_5[m] \right) \omega_H[n-m] + \right. \\
& + \left. \left( k_4[n-m+1] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_5[n-m+1] \right) \omega_H[m-1] \right] - \\
& - \rho \left[ \sum_{m=0.5\lambda(1-2\delta)}^n (k_6[m]M_k[n-m] + k_6[n-m+1]M_k[m-1]) - \right. \\
& - \left. \sum_{m=0.5\lambda(1+2\delta)}^n (k_7[m]M_k[n-m] + k_7[n-m+1]M_k[m-1]) \right] - \\
& - \sum_{m=\lambda}^n \left[ \left( k_{10}[m] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_{11}[m] \right) \omega[n-m, \delta] + \left( k_{10}[n-m+1] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_{11}[n-m+1] \right) \omega[m-1, \delta] \right] - \\
& - \left. \sum_{m=1}^n \left[ \left( k_8[m] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_9[m] \right) \omega[n-m, \delta] + \left( k_8[n-m+1] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_9[n-m+1] \right) \omega[m-1, \delta] \right] \right\},
\end{aligned} \tag{11}$$

где  $A = \frac{1}{1 + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda}}$ ,  $\frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} (\alpha T - \beta T)$ ,

при  $n \pi \lambda$

$$k_1[n] = \begin{cases} 0 \\ e^{-aT} + \frac{aT}{2} \sum_{m=\lambda+1}^n \sum_{i=0}^1 B_1[m-i] \end{cases}$$

при  $n \neq \lambda$

$$B_1[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} \frac{I_1\left(\frac{\beta T}{\lambda} \sqrt{n^2 - \lambda^2}\right)}{\sqrt{n^2 - \lambda^2}}, \quad k_2[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} I_0\left(\beta \frac{T}{\lambda} \sqrt{n^2 - (\lambda\delta)^2}\right),$$

$$k_3[n] = \sum_{m=\lambda\delta}^n k_2[m]$$

$$k_4[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} I_0\left(\beta \frac{T}{\lambda} \sqrt{n^2 - [\lambda(1-\delta)]^2}\right), \quad k_5[n] = \sum_{m=\lambda(1-\delta)}^n k_4[m]$$

при  $n \neq 0.5\lambda(1-2\delta)$

$$k_6[n] = \begin{cases} 0 \\ e^{-aT(1-2\delta) + \frac{aT(1-2\delta)}{2}} \sum_{m=0.5\lambda(1-2\delta)+1}^n \frac{1}{\sum B_6[m-i]} \end{cases}$$

при  $n \neq 0.5\lambda(1-2\delta)$

$$B_6[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} \frac{I_1\left(\frac{\beta T}{\lambda} \sqrt{n^2 - [0.5\lambda(1-2\delta)]^2}\right)}{\sqrt{n^2 - [0.5\lambda(1-2\delta)]^2}},$$

при  $n \neq 0.5\lambda(1+2\delta)$

$$k_7[n] = \begin{cases} 0 \\ e^{-aT(1+2\delta) + \frac{aT(1+2\delta)}{2}} \sum_{m=0.5\lambda(1+2\delta)+1}^n \frac{1}{\sum B_7[m-i]} \end{cases}$$

при  $n \neq 0.5\lambda(1+2\delta)$

$$B_7[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} \frac{I_1\left(\frac{\beta T}{\lambda} \sqrt{n^2 - [0.5\lambda(1+2\delta)]^2}\right)}{\sqrt{n^2 - [0.5\lambda(1+2\delta)]^2}},$$

$$k_8[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} I_0\left(\frac{\beta T}{\lambda} n\right), \quad k_9[n] = \sum_{m=0}^n k_8[m],$$

$$k_{10}[n] = e^{-\frac{aT}{\lambda}n} I_0\left(\frac{\beta T}{\lambda} \sqrt{n^2 - \lambda^2}\right), \quad k_{11}[n] = \sum_{m=\lambda}^n k_{10}[m],$$

$I_0, I_1$  - Бесселевы функции соответственно нулевого и первого порядка.

Полученные рекуррентные соотношения (10), (11) легко реализуются на компьютере.

Погрешность расчета связана с величиной  $\lambda$ . Чем больше выбрано число  $\lambda$ , тем в меньшей мере характеристики непрерывной функции отличаются от соответствующих характеристик решетчатых.

В рекуррентные соотношения (10), (11) входит неизвестная функция  $M_k[n]$ -изменение крутящего момента в конце колонны труб. Определение ее значения осуществляется по следующей методике.

Подставляя в рекуррентное соотношение (11)  $\delta = \frac{1}{2}$ , получим:

$$\omega_k[n] = B_1[n] - \rho A \sum_{m=0}^n (1[m]M_k[n-m] + 1[n-m]M_k[m-1]), \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned} B_1[n] = & A \left\{ 2 \sum_{m=0.5\lambda}^n \left[ \left( k_2^1[m] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3^1[m] \right) \omega_H[n-m] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left( k_2^1[n-m+1] + \frac{k_4}{k_2} \cdot \frac{T}{\lambda} k_3^1[n-m+1] \right) \omega_H[m-1] \right] + \right. \\ & \left. + \rho \sum_{m=\lambda}^n (k_7^1[m]M_k[n-m] + k_7^1[n-m+1]M_k[m-1]) - \right. \\ & \left. - \sum_{m=\lambda}^n \left[ \left( k_{10}^1[m] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_{11}^1[m] \right) \omega_k[n-m] + \left( k_{10}^1[n-m+1] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_{11}^1[n-m+1] \right) \omega_k[m-1] \right] - \right. \\ & \left. - \sum_{m=1}^n \left[ \left( k_8[n-m] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_9[n-m] \right) \omega_k[m] + \left( k_8[n-m+1] + \frac{k_4 T}{k_2 \lambda} k_9[n-m+1] \right) \omega_k[m-1] \right] \right\} \\ k_2^I[n] = & e^{-\frac{\alpha T}{\lambda} n} I_0 \left( \frac{\beta T}{\lambda} \sqrt{n^2 - (0,5\lambda)^2} \right), \quad k_3^I[n] = \sum_{m=0.5\lambda}^n k_2^I[m], \quad k_7^I[n] = k_1[n]. \end{aligned}$$

Следовательно, согласно граничным условиям, можно представить следующее соотношение в решетчатой форме:

$$\omega_k[n] = \mu M_k[n] \quad (13)$$

Подставляя значение функции  $\omega_k[n]$  из (12) в (13), получаем следующее рекуррентное соотношение для момента кручения  $M_k[n]$ :

$$M_k[n] = \frac{1}{\frac{\mu}{\rho} + A} \left\{ \frac{1}{\rho} B_1[n] - A \sum_{m=1}^n (1[m]M_k[n-m] + 1[n-m+1]M_k[m-1]) \right\} \quad (14)$$

Следовательно, определив значение решетчатой функции  $M_k[n]$  из (14), осуществляется переход к нахождению изменения угловой скорости и крутящего момента в любой точке исходной системы с помощью рекуррентных соотношений (11), (12).

1. Алиев Я.А. Численное определение переходных процессов в колонне бурильных труб как объекта с распределенными параметрами. //Проблемы энергетики 2004.- №1.
2. Aliyev Y.A., Mamedova Z.A. Numerical method of calculation of transients processes in non-linear systems of the drilling electric drive including the part with the distributed parameters. // 2<sup>nd</sup> International Conference on Technical and Physical Problems in Power Engineering, 6-8 September 2004 Tabriz-Iran.

3. *Мамедов А.И., Алиев Я.А.* К анализу переходных процессов в системах с сосредоточенными параметрами дискретными параметрами.// Проблемы энергетики.- 2004.-№4.
4. *Кадымов Я.Б.* Переходные процессы в системах с распределенными параметрами. М.: Физматгиз, 1968

**İTKİLƏRİ NƏZƏRƏ ALMAQLA PAYLANMIŞ PARAMETRLİ QAZIMA  
KOLONNASINDA BAŞ VERƏN KEÇİD PROSESLƏRİNİN  
HESABLANMASINA DAİR**

**ƏLİYEV Y.A., MƏMMƏDOVA Z.A.**

Məqalədə itkiləri nəzərə almaqla paylanmış parametrli qazıma kolonnasında baş verən proseslərin trapesyia formasından istifadə eədərək hesablanması üçün ədədi üsul təklif edilmişdir.

**TO QUESTION OF NUMERICAL MODELING TRANSIENT PROCESSES IN  
STRING OF DRILL-PIPES WITH DISTRIBUTED  
PARAMETERS REGISTRATION OF LOSSES**

**ALIYEV Y.A., MAMEDOVA Z.A.**

The method for numerical modeling transient processes in string of drill-pipes with distributed parameters registration of losses has been suggested.