

МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЯ УДЕЛЬНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОБРАЗЦОВ СЛОИСТЫХ КРИСТАЛЛОВ

Ф.Н. АБДУЛЛАЕВ, Т.Г.КЕРИМОВА, Н.А. АБДУЛЛАЕВ

*Институт физики НАН Азербайджана
AZ 1143, пр. Г. Джавида, 33.*

В настоящей статье предлагается усовершенствованный четырёхзондовый комбинированный метод исследования электропроводности слоистых кристаллов. Приведены графики и таблицы, с помощью которых полученные экспериментальные данные легко пересчитать в удельные сопротивления $\rho_{\parallel}(T)$ и $\rho_{\perp}(T)$. Учитывается поправка на ограниченность размеров образца при расчёте удельных сопротивлений.

ВВЕДЕНИЕ

Высокие требования, предъявляемые к качеству и надёжности измерений параметров полупроводниковых материалов, стимулируют интерес к развитию методик измерения электрических и гальваномагнитных характеристик анизотропных монокристаллов. При этом решающее значение имеет способ нанесения электрических контактов на изучаемые образцы. Использование так называемого сэндвич метода, при котором каждый контакт наносится на всю поверхность образца перпендикулярную линиям тока сопряжено со значительными экспериментальными издержками и затратами времени. В частности, повреждается поверхность образца (если это осуществляется не напылением), требуется наличие плоскопараллельных полированных поверхностей, неточное соблюдение геометрических размеров образца ведёт к отклонению формы эквипотенциальных поверхностей от плоских поверхностей параллельных торцевым граням образца и возникновению погрешности измерений, исключается возможность одновременного изучения проводимости во взаимно перпендикулярных направлениях на одном и том же образце, в результате чего некорректно определяется анизотропия проводимости в анизотропных материалах и т.д.

Широкое распространение нашли зондовые методы исследования проводимости (метод Ван Дер Пау [1], четырёхзондовый метод Вальдеса [2]). Для зондовых методов силовые линии напряжённости электрического поля непараллельны и распределены неоднородно по сечению образца, в связи с чем, сначала, необходимо теоретически рассчитывать распределение электрического потенциала в образце, а затем находить взаимосвязь между удельным сопротивлением и экспериментально измеряемыми величинами – током и напряжением. Существующие монографии [3,4] не содержат сведений об измерениях удельного сопротивления в анизотропных средах, предложенный в [3] способ оценки анизотропии электропроводности не приемлем для образцов, полученных в виде тонких пластинок (каковыми являются образцы слоистых кристаллов), а в известной работе P.Schnabel [5] предлагается только способ определения анизотропии удельного сопротивления. В настоящей работе авторы, используя идеи работы [5], предлагают методику определения абсолютных величин удельного сопротивления в разных кристаллографических направлениях. Приводятся таблицы для практического применения комбинированного четырёхзондового метода.

ЧЕТЫРЁХЗОНДОВЫЙ МЕТОД

В 1967 году P.Schnabel [5] предложил усовершенствованный комбинированный четырёхзондовый метод для изучения анизотропии электропроводности образцов, приготовленных в виде тонких пластинок. Такие пластинки легко получить из слоистых материалов путём их естественного скола в плоскости параллельной слоям. Сущность данного метода заключается в том, что контакты А,В,С,Д попарно наносятся на противоположные поверхности изучаемого образца в прямоугольной геометрии (Рис.1).

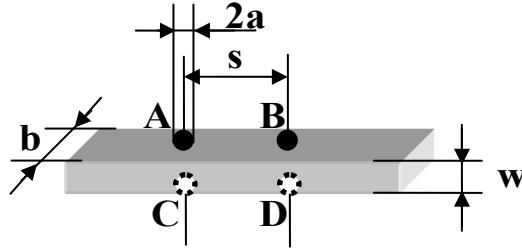


Рис. 1.

Характерные размеры исследуемого образца и контактов.

Сначала от внешнего источника питания ток I_{AC} направляется через контакты А и С, а напряжение U_{BD} снимается с контактов В и D (I^{ая} геометрия Шнабеля). Затем ток I_{AB} направляется через контакты А и В, а напряжение U_{CD} снимается с контактов С и D (II^{ая} геометрия Шнабеля). Таким образом определяются сопротивления $R_1 = \frac{U_{BD}}{I_{AC}}$ и $R_2 = \frac{U_{CD}}{I_{AB}}$, являющиеся параметрами исходной задачи.

Для определения удельного сопротивления данного образца, как указано было выше, необходимо теоретически рассчитать распределение электрического потенциала в образце. Для этого решается стандартная задача - уравнение Лапласа для заряженного круглого зонда радиусом $r = a$, опущенного в электропроводящее изотропное бесконечное полупространство с удельным сопротивлением ρ (ось вращения зонда – ось z)

$$\nabla^2 U(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \tag{1}$$

с краевыми условиями $U = U_0$ для $0 \leq r < a, z = 0$, и $U \rightarrow 0$ для $z \rightarrow \infty$,

$$\text{а также } \frac{\partial U}{\partial z} = 0 \text{ для } r > a, z = 0.$$

Методами математической физики легко показать [5], что решение для потенциала имеет вид

$$U(r, z) = \frac{i\rho}{2\pi} \int_0^\infty e^{-kz} I_0(rk) \frac{\text{Sin}(ak)}{ak} dk, \tag{2}$$

где i - ток, протекающий через контакт радиуса a , а I_0 - функция Бесселя 0^{-го} порядка.

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛОВ ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧЕК

Используя метод зеркальных изображений для пластинки толщиной w и расстоянием между контактами s , учитывая (2), потенциал в точке В (I геометрия Шнабеля, Рис.2) получим в виде

$$U_B(s) = U(s,0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n U(s, nw) = \frac{i\rho}{2\pi} \int_0^{\infty} I_0(sk) \frac{\text{Sin}(ak)}{ak} dk \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-knw} \right]. \quad (3)$$

Тогда сопротивление с учётом $U_{BD} = 2U_B$ и $x = ks$, $\alpha = \frac{w}{s}$, $\beta = \frac{a}{s}$ имеет вид

$$R_1 = \frac{U_{BD}}{i} = \frac{\rho}{\pi w} G(\alpha, \beta),$$

здесь

$$G(\alpha, \beta) = \alpha \int_0^{\infty} I_0(x) \frac{\text{Sin}\beta x}{\beta x} dx \left[1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n e^{-n\alpha x} \right].$$

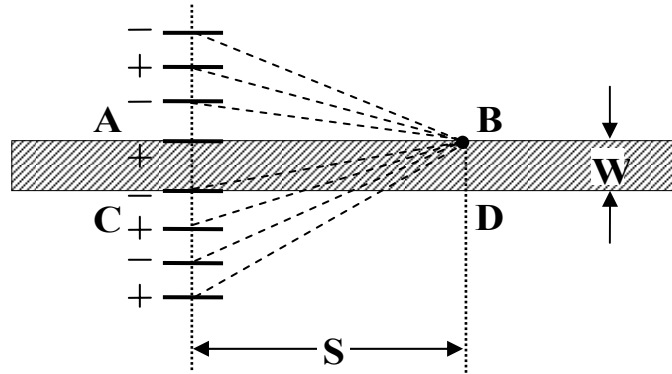


Рис. 2.

Применение метода зеркальных изображений для нахождения потенциала в точке В (1-ая геометрия Шнабеля).

Преобразуя интегралы согласно [6], имеем

$$G(\alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left[\text{arcSin}\beta + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \text{arcSin} \left(\frac{2\beta}{\sqrt{n^2\alpha^2 + (1+\beta)^2} + \sqrt{n^2\alpha^2 + (1-\beta)^2}} \right) \right]. \quad (4)$$

Используя метод зеркальных изображений, аналогично, в точке С (II геометрия Шнабеля) выражение для потенциала, учитывая (2), получим в виде

$$U_C = 2 \sum_{n=1}^{\infty} U[0, (2n-1)w] - 2 \sum_{n=1}^{\infty} U[s, (2n-1)w] = 2 \frac{i\rho}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Sin}(ak)}{ak} dk \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k(2n-1)w} [I_0(0) - I_0(sk)].$$

Так как $I_0(0) = 1$, то разность потенциалов

$$U_{CD} = 2U_C = \frac{2i\rho}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Sin}(ak)}{ak} dk \sum_{n=1}^{\infty} e^{-k(2n-1)w} [1 - I_0(sk)].$$

Учитывая $x = ks$, $\alpha = \frac{w}{s}$, $\beta = \frac{a}{s}$, имеем $R_2 = \frac{U_{CD}}{i} = \frac{\rho}{\pi w} H(\alpha, \beta)$, где

$$H(\alpha, \beta) = 2\alpha \sum_{n=0}^{\infty} \left[\int_0^{\infty} \frac{\text{Sin}\beta x}{\beta x} dx e^{-(2n+1)\alpha x} - \int_0^{\infty} I_0(x) \frac{\text{Sin}\beta x}{\beta x} dx e^{-(2n+1)\alpha x} \right].$$

Преобразуя интегралы согласно [6], имеем

$$H(\alpha, \beta) = \frac{2\alpha}{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\text{arctg} \frac{\beta}{(2n+1)\alpha} - \text{arcSin} \left(\frac{2\beta}{\sqrt{(2n+1)^2\alpha^2 + (1+\beta)^2} + \sqrt{(2n+1)^2\alpha^2 + (1-\beta)^2}} \right) \right]. \quad (5)$$

Таким образом имеем

$$\begin{cases} R_1 = \frac{\rho}{\pi w} G(\alpha, \beta) \\ R_2 = \frac{\rho}{\pi w} H(\alpha, \beta) \end{cases} \quad \text{или} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{G(\alpha, \beta)}{H(\alpha, \beta)} = F(\alpha, \beta) \quad \text{здесь } \alpha = \frac{w}{s}, \quad \text{а } \beta = \frac{a}{s}, \quad (6)$$

где a - радиус контакта, s - расстояние между контактами, лежащими на одной грани пластинки, w - толщина пластинки. Как видно, отношение $r = \frac{R_1}{R_2} = F(\alpha, \beta)$

является функцией только геометрических параметров образца. Ряды в (4) и (5) являются сходящимися и потому легко просчитываются. Рассчитанные функции $G(\alpha)$ и $H(\alpha)$ по формулам (4) и (5) для значений параметра $\beta = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$ приведены на Рис.3 и Рис.4. На Рис.5 приведена функция $F(\alpha, \beta)$, построенная согласно (6). Численные значения функций $G(\alpha, \beta)$, $H(\alpha, \beta)$ и $F(\alpha, \beta)$, необходимые для расчётов удельных сопротивлений, приведены в Таблицах 1, 2 и 3.

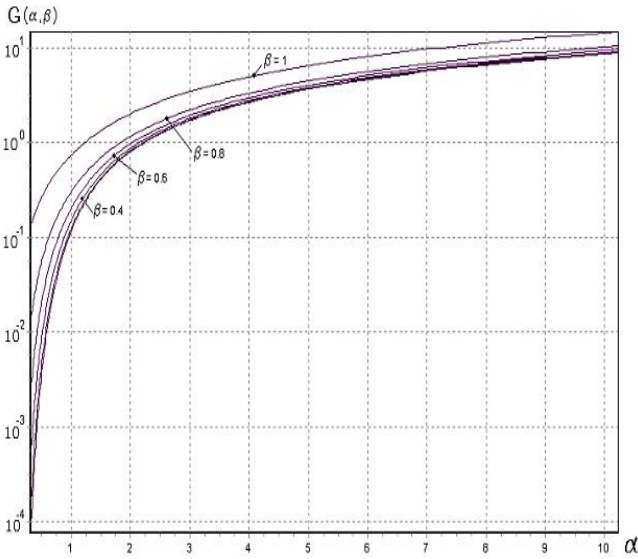


Рис. 3.

График функции $G(\alpha, \beta)$ при $\beta=1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$. При значениях параметра $\beta=0,2$ и 0 в данном масштабе кривые сливаются.

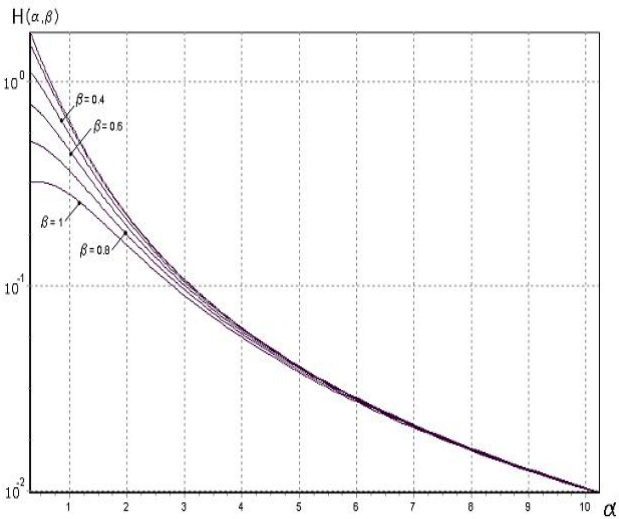


Рис.4.

График функции $H(\alpha, \beta)$ при $\beta=1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$. При значениях параметра $\beta=0,2$ и 0 в данном масштабе кривые сливаются.

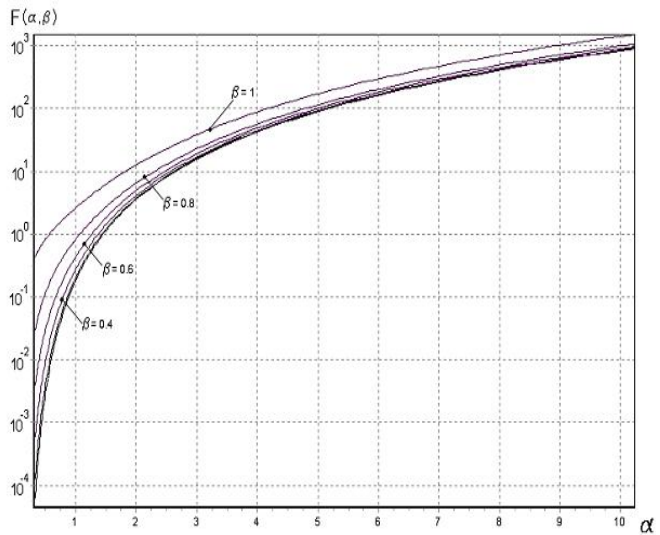


Рис. 5.

График функции $F(\alpha, \beta)$ при $\beta=1; 0,8; 0,6; 0,4; 0,2; 0$. При значениях параметра $\beta=0,2$ и 0 в данном масштабе кривые сливаются.

Таблица 1.
Численные значения функции $G(\alpha, \beta)$.

$\beta = 0,1$									
α	G	α	G	α	G	α	G	α	G
0.25	0	2.25	1.022	4.25	2.919	6.25	4.897	8.25	6.891
0.5	0.004	2.5	1.246	4.5	3.164	6.5	5.146	8.5	7.14
0.75	0.037	2.75	1.477	4.75	3.41	6.75	5.395	8.75	7.39
1	0.12	3	1.711	5	3.657	7	5.644	9	7.64
1.25	0.249	3.25	1.949	5.25	3.904	7.25	5.893	9.25	7.89
1.5	0.413	3.5	2.189	5.5	4.152	7.5	6.142	9.5	8.14
1.75	0.601	3.75	2.431	5.75	4.4	7.75	6.392	9.75	8.389
2	0.806	4	2.674	6	4.648	8	6.641	10	8.639
$\beta = 0,2$									
0.25	0	2.25	1.035	4.25	2.941	6.25	4.929	8.25	6.933
0.5	0.005	2.5	1.261	4.5	3.188	6.5	5.179	8.5	7.184
0.75	0.041	2.75	1.492	4.75	3.435	6.75	5.429	8.75	7.435
1	0.126	3	1.728	5	3.683	7	5.68	9	7.686
1.25	0.257	3.25	1.967	5.25	3.932	7.25	5.93	9.25	7.937
1.5	0.423	3.5	2.208	5.5	4.181	7.5	6.181	9.5	8.188
1.75	0.612	3.75	2.451	5.75	4.43	7.75	6.432	9.75	8.44
2	0.818	4	2.696	6	4.68	8	6.682	10	8.691
$\beta = 0,3$									
0.25	0	2.25	1.058	4.25	2.98	6.25	4.985	8.25	7.007
0.5	0.006	2.5	1.286	4.5	3.229	6.5	5.238	8.5	7.26
0.75	0.046	2.75	1.519	4.75	3.479	6.75	5.49	8.75	7.513
1	0.137	3	1.757	5	3.729	7	5.742	9	7.766
1.25	0.271	3.25	1.998	5.25	3.979	7.25	5.995	9.25	8.019
1.5	0.44	3.5	2.241	5.5	4.23	7.5	6.248	9.5	8.273
1.75	0.631	3.75	2.486	5.75	4.482	7.75	6.501	9.75	8.526
2	0.839	4	2.733	6	4.733	8	6.754	10	8.78
$\beta = 0,4$									
0.25	0	2.25	1.092	4.25	3.038	6.25	5.069	8.25	7.116
0.5	0.009	2.5	1.323	4.5	3.29	6.5	5.324	8.5	7.372
0.75	0.056	2.75	1.559	4.75	3.543	6.75	5.579	8.75	7.628
1	0.152	3	1.8	5	3.796	7	5.835	9	7.885
1.25	0.292	3.25	2.043	5.25	4.05	7.25	6.091	9.25	8.142
1.5	0.464	3.5	2.29	5.5	4.304	7.5	6.347	9.5	8.398
1.75	0.659	3.75	2.538	5.75	4.559	7.75	6.603	9.75	8.655
2	0.87	4	2.787	6	4.813	8	6.859	10	8.912
$\beta = 0,5$									
0.25	0	2.25	1.14	4.25	3.119	6.25	5.185	8.25	7.268
0.5	0.013	2.5	1.374	4.5	3.375	6.5	5.445	8.5	7.529
0.75	0.069	2.75	1.614	4.75	3.632	6.75	5.705	8.75	7.79
1	0.174	3	1.859	5	3.89	7	5.965	9	8.051
1.25	0.321	3.25	2.107	5.25	4.148	7.25	6.225	9.25	8.312
1.5	0.499	3.5	2.357	5.5	4.407	7.5	6.486	9.5	8.574
1.75	0.698	3.75	2.61	5.75	4.666	7.75	6.747	9.75	8.835
2	0.913	4	2.864	6	4.925	8	7.007	10	9.096

Продолжение Таблицы 1.

$\beta = 0,6$									
α	G	α	G	α	G	α	G	α	G
0.25	0.001	2.25	1.203	4.25	3.23	6.25	5.345	8.25	7.478
0.5	0.021	2.5	1.444	4.5	3.492	6.5	5.611	8.5	7.745
0.75	0.089	2.75	1.689	4.75	3.755	6.75	5.877	8.75	8.012
1	0.205	3	1.94	5	4.019	7	6.143	9	8.28
1.25	0.36	3.25	2.194	5.25	4.283	7.25	6.41	9.25	8.547
1.5	0.545	3.5	2.45	5.5	4.548	7.5	6.677	9.5	8.815
1.75	0.75	3.75	2.708	5.75	4.813	7.75	6.944	9.75	9.082
2	0.971	4	2.968	6	5.079	8	7.211	10	9.35

Таблица 2.

Численные значения функции $H(\alpha, \beta)$.

$\beta = 0,1$									
α	H	α	H	α	H	α	H	α	H
0.25	1.861	2.25	0.182	4.25	0.056	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	1.245	2.5	0.151	4.5	0.05	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.871	2.75	0.127	4.75	0.045	6.75	0.023	8.75	0.014
1	0.628	3	0.108	5	0.041	7	0.021	9	0.013
1.25	0.467	3.25	0.093	5.25	0.037	7.25	0.02	9.25	0.012
1.5	0.356	3.5	0.081	5.5	0.034	7.5	0.018	9.5	0.012
1.75	0.279	3.75	0.071	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.223	4	0.063	6	0.029	8	0.016	10	0.01
$\beta = 0,2$									
0.25	1.629	2.25	0.18	4.25	0.056	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	1.17	2.5	0.15	4.5	0.05	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.837	2.75	0.126	4.75	0.045	6.75	0.023	8.75	0.014
1	0.611	3	0.108	5	0.041	7	0.021	9	0.013
1.25	0.457	3.25	0.093	5.25	0.037	7.25	0.02	9.25	0.012
1.5	0.35	3.5	0.081	5.5	0.034	7.5	0.018	9.5	0.012
1.75	0.275	3.75	0.071	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.221	4	0.063	6	0.029	8	0.016	10	0.01
$\beta = 0,3$									
0.25	1.377	2.25	0.178	4.25	0.056	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	1.063	2.5	0.148	4.5	0.05	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.785	2.75	0.125	4.75	0.045	6.75	0.023	8.75	0.014
1	0.582	3	0.107	5	0.041	7	0.021	9	0.013
1.25	0.44	3.25	0.092	5.25	0.037	7.25	0.02	9.25	0.012
1.5	0.34	3.5	0.08	5.5	0.034	7.5	0.018	9.5	0.012
1.75	0.269	3.75	0.07	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.217	4	0.062	6	0.029	8	0.016	10	0.01
$\beta = 0,4$									
0.25	1.15	2.25	0.174	4.25	0.055	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	0.94	2.5	0.145	4.5	0.049	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.72	2.75	0.123	4.75	0.045	6.75	0.023	8.75	0.014
1	0.546	3	0.105	5	0.04	7	0.021	9	0.013
1.25	0.419	3.25	0.091	5.25	0.037	7.25	0.02	9.25	0.012
1.5	0.327	3.5	0.079	5.5	0.034	7.5	0.018	9.5	0.012
1.75	0.261	3.75	0.07	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.211	4	0.062	6	0.028	8	0.016	10	0.01

Продолжение **Таблицы 2.**

$\beta = 0,5$									
α	G	α	G	α	G	α	G	α	G
0.25	0.955	2.25	0.169	4.25	0.055	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	0.815	2.5	0.142	4.5	0.049	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.647	2.75	0.12	4.75	0.044	6.75	0.022	8.75	0.014
1	0.504	3	0.103	5	0.04	7	0.021	9	0.013
1.25	0.394	3.25	0.09	5.25	0.037	7.25	0.02	9.25	0.012
1.5	0.312	3.5	0.078	5.5	0.033	7.5	0.018	9.5	0.012
1.75	0.25	3.75	0.069	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.204	4	0.061	6	0.028	8	0.016	10	0.01
$\beta = 0,6$									
α	G	α	G	α	G	α	G	α	G
0.25	0.787	2.25	0.164	4.25	0.054	6.25	0.026	8.25	0.015
0.5	0.694	2.5	0.138	4.5	0.049	6.5	0.024	8.5	0.014
0.75	0.572	2.75	0.118	4.75	0.044	6.75	0.022	8.75	0.013
1	0.458	3	0.101	5	0.04	7	0.021	9	0.013
1.25	0.365	3.25	0.088	5.25	0.036	7.25	0.019	9.25	0.012
1.5	0.294	3.5	0.077	5.5	0.033	7.5	0.018	9.5	0.011
1.75	0.239	3.75	0.068	5.75	0.031	7.75	0.017	9.75	0.011
2	0.196	4	0.06	6	0.028	8	0.016	10	0.01

Таблица 3.

Численные значения функции $F(\alpha, \beta)$.

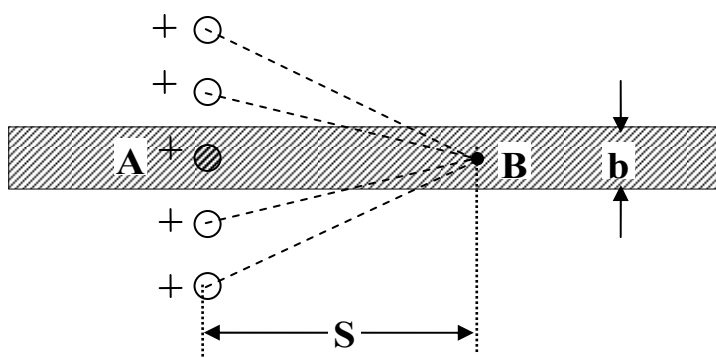
$\beta = 0,1$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0	2.25	5.617	4.25	52.153	6.25	185.279	8.25	450.709
0.5	0.003	2.5	8.261	4.5	63.121	6.5	210.285	8.5	495.468
0.75	0.043	2.75	11.634	4.75	75.531	6.75	237.447	8.75	543.097
1	0.191	3	15.823	5	89.473	7	266.855	9	593.686
1.25	0.534	3.25	20.919	5.25	105.035	7.25	298.599	9.25	647.325
1.5	1.159	3.5	27.01	5.5	122.307	7.5	332.767	9.5	704.102
1.75	2.155	3.75	34.187	5.75	141.379	7.75	369.448	9.75	764.107
2	3.611	4	42.538	6	162.34	8	408.733	10	827.43
$\beta = 0,2$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0	2.25	5.744	4.25	52.713	6.25	186.77	8.25	453.862
0.5	0.004	2.5	8.423	4.5	63.766	6.5	211.939	8.5	498.891
0.75	0.048	2.75	11.834	4.75	76.268	6.75	239.276	8.75	546.806
1	0.207	3	16.068	5	90.311	7	268.872	9	597.697
1.25	0.564	3.25	21.214	5.25	105.984	7.25	300.815	9.25	651.654
1.5	1.207	3.5	27.362	5.5	123.377	7.5	335.196	9.5	708.767
1.75	2.225	3.75	34.601	5.75	142.579	7.75	372.104	9.75	769.124
2	3.708	4	43.022	6	163.68	8	411.63	10	832.817
$\beta = 0,3$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0	2.25	5.963	4.25	53.678	6.25	189.342	8.25	459.303
0.5	0.006	2.5	8.701	4.5	64.876	6.5	214.792	8.5	504.799
0.75	0.059	2.75	12.18	4.75	77.538	6.75	242.431	8.75	553.209
1	0.235	3	16.491	5	91.756	7	272.35	9	604.622
1.25	0.616	3.25	21.723	5.25	107.62	7.25	304.638	9.25	659.13
1.5	1.291	3.5	27.967	5.5	125.219	7.5	339.387	9.5	716.822
1.75	2.348	3.75	35.314	5.75	144.646	7.75	376.688	9.75	777.789
2	3.875	4	43.854	6	165.99	8	416.629	10	842.123

Продолжение Таблицы 3.

$\beta = 0,4$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0	2.25	6.287	4.25	55.099	6.25	193.14	8.25	467.354
0.5	0.01	2.5	9.112	4.5	66.512	6.5	219.007	8.5	513.543
0.75	0.077	2.75	12.691	4.75	79.411	6.75	247.093	8.75	562.686
1	0.279	3	17.114	5	93.887	7	277.491	9	614.873
1.25	0.698	3.25	22.472	5.25	110.032	7.25	310.291	9.25	670.197
1.5	1.419	3.5	28.859	5.5	127.939	7.5	345.585	9.5	728.749
1.75	2.531	3.75	36.364	5.75	147.698	7.75	383.466	9.75	790.621
2	4.123	4	45.08	6	169.401	8	424.025	10	855.904
$\beta = 0,5$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0	2.25	6.738	4.25	57.066	6.25	198.414	8.25	478.56
0.5	0.017	2.5	9.683	4.5	68.777	6.5	224.861	8.5	525.717
0.75	0.107	2.75	13.397	4.75	82.004	6.75	253.571	8.75	575.884
1	0.346	3	17.975	5	96.839	7	284.636	9	629.152
1.25	0.816	3.25	23.509	5.25	113.377	7.25	318.15	9.25	685.616
1.5	1.6	3.5	30.091	5.5	131.71	7.5	354.206	9.5	745.369
1.75	2.788	3.75	37.816	5.75	151.931	7.75	392.897	9.75	808.504
2	4.47	4	46.777	6	174.135	8	434.317	10	875.114
$\beta = 0,6$									
α	F	α	F	α	F	α	F	α	F
0.25	0.001	2.25	7.351	4.25	59.728	6.25	205.588	8.25	493.856
0.5	0.03	2.5	10.456	4.5	71.846	6.5	232.83	8.5	542.34
0.75	0.155	2.75	14.354	4.75	85.519	6.75	262.392	8.75	593.909
1	0.447	3	19.14	5	100.844	7	294.371	9	648.66
1.25	0.985	3.25	24.91	5.25	117.916	7.25	328.862	9.25	706.687
1.5	1.854	3.5	31.758	5.5	136.831	7.5	365.96	9.5	768.087
1.75	3.144	3.75	39.78	5.75	157.684	7.75	405.761	9.75	832.954
2	4.945	4	49.072	6	180.571	8	448.361	10	901.385

УЧЁТ КОНЕЧНОСТИ РАЗМЕРОВ ОБРАЗЦА

До сих пор размеры образца в плоскости пластинки предполагались бесконечно большими по сравнению с характерными размерами. Однако на практике мы имеем дело с кристаллами ограниченных размеров, и потому необходимо учитывать конечность размеров образца. Образцы имеют боковые грани, которые естественно влияют на распределение тока, что учитывается



введением поправочных функций. Учёт конечности размеров образца производится посредством ввода нового параметра $\gamma = b/s$, где b - ширина образца (Рис. 1 и Рис. 6).

Рис. 6.

Применение метода зеркальных изображений для нахождения потенциала в точке В при учёте конечности размеров образца.

Тогда применив метод зеркальных изображений в точке В (Рис. 6) выражение для потенциала в $\Gamma^{ой}$ геометрии Шнабеля получим в виде

$$U_B = U_B(s) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} U_B(\sqrt{s^2 + n^2 b^2}) = U_B(s) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} U_B(s \sqrt{1 + n^2 \frac{b^2}{s^2}}) = U_B(s) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} U_B(s \sqrt{1 + n^2 \gamma^2})$$

Учитывая (3), имеем

$$R_1 = \frac{\rho}{\pi w} \left[G(\alpha, \beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} G_n(\alpha, \beta, \gamma) \right],$$

где
$$G_n(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha \int_0^{\infty} I_0(x\sqrt{1+n^2\gamma^2}) \frac{\text{Sin}\beta x}{\beta x} \text{th} \frac{\alpha x}{2} dx = \alpha \int_0^{\infty} I_0(y) \frac{\text{Sin} \frac{\beta y}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}}{\beta y} \text{th} \left(\frac{\alpha y}{2\sqrt{1+n^2\gamma^2}} \right) \frac{dy}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}$$

или
$$G_n(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha_1 \int_0^{\infty} I_0(y) \frac{\text{Sin}\beta_1 y}{\beta_1 y} \text{th} \frac{\alpha_1 y}{2} dy = G(\alpha_1, \beta_1),$$
 где $\alpha_1 = \frac{\alpha}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}, \beta_1 = \frac{\beta}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}.$

Таким образом, с учётом поправки на конечность размеров образца сопротивление

$$R_1 = \frac{\rho}{\pi w} \left[G(\alpha, \beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} G\left(\frac{\alpha}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}, \frac{\beta}{\sqrt{1+n^2\gamma^2}}\right) \right]. \quad (7)$$

Подобную поправку введём для II-ой геометрии Шнабеля. Методом зеркальных изображений, аналогично, в точке С выражение для потенциала, принимает вид

$$U'_C = U_C + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 2 \sum_{m=1}^{\infty} U[nb, (2m-1)w] - 2 \sum_{m=1}^{\infty} U[\sqrt{n^2b^2 + s^2}, (2m-1)w] \right\}.$$

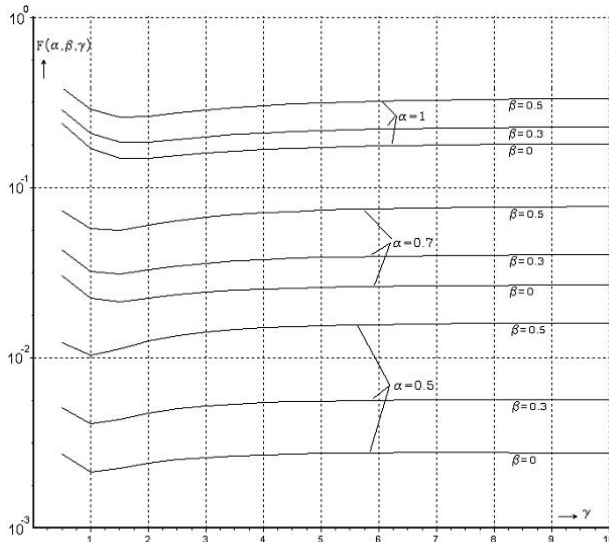
С учётом (5), получаем

$$U'_C = U_C + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i\rho}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{Sin}(ak)}{ak} \frac{[I_0(nbk) - I_0(k\sqrt{n^2b^2 + s^2})]}{\text{sh}(kw)} dk,$$

$$R_2 = \frac{\rho}{\pi w} \left[H(\alpha, \beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} H_n(\alpha, \beta, \gamma) \right]$$

или, аналогично (7),

$$R_2 = \frac{\rho}{\pi w} \left\{ H(\alpha, \beta) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[H\left(\frac{\alpha}{\sqrt{n^2\gamma^2 + 1}}, \frac{\beta}{\sqrt{n^2\gamma^2 + 1}}\right) - H\left(\frac{\alpha}{n\gamma}, \frac{\beta}{n\gamma}\right) \right] \right\}, \quad (8)$$



соответственно

функция

$$F(\alpha, \beta, \gamma) = \frac{R_1}{R_2} = \frac{G(\alpha, \beta, \gamma)}{H(\alpha, \beta, \gamma)}.$$

На Рис.7 представлена на кривая зависимости $F(\gamma)$ при фиксированных параметрах α и β . Как видно, функция $F(\alpha, \beta, \gamma)$ слабо зависит от величины γ и уже при $\gamma > 4$ $F(\alpha, \beta, \gamma) \sim const$. Из сравнения Рис.5 и Рис.7, естественно, следует, что при $\gamma \rightarrow \infty$ $F(\alpha, \beta, \gamma) \rightarrow F(\alpha, \beta)$.

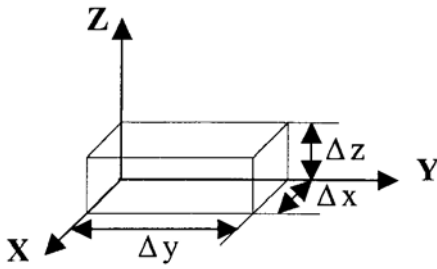
Рис.7.

График функции $F(\alpha, \beta, \gamma)$ при фиксированных $\alpha=1; 0,7; 0,5$ и $\beta=0; 0,3; 0,5$.

ПЕРЕХОД К АНИЗОТРОПНОМУ ОБРАЗЦУ

Согласно [1], анизотропную среду посредством соответствующего преобразования координат точек можно перевести в изотропную среду и тогда можно будет использовать вышеприведённые выкладки для изотропной среды.

Пусть в системе (x, y, z) имеется образец в виде небольшого параллелепипеда, ориентированного вдоль координатных осей (Рис.8), и пусть удельные



сопротивления разные: по оси z - ρ_{\perp} , а в плоскости (x,y) - ρ_{\parallel} (что имеет место в случае слоистого кристалла, если плоскость слоёв совпадает с плоскостью (x,y)).

Рис. 8.

Ориентация образца в прямоугольной системе координат.

Перейдём с помощью линейного преобразования координат к системе (x',y',z') таким образом, что бы:

- 1). потенциалы в "соответственных" точках (x,y,z) и (x',y',z') не изменились;
- 2). в системе (x',y',z') образец должен быть изотропным и иметь удельное сопротивление по любому направлению ρ_0 ;
- 3). токи через "соответственные" площадки протекали одинаковые.

Линейное преобразование имеет вид

$$\begin{cases} x' = px \\ y' = py \\ z' = qz \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} \Delta x' = p\Delta x \\ \Delta y' = p\Delta y \\ \Delta z' = q\Delta z \end{cases} \quad (9)$$

Пусть ΔU напряжение между гранями, перпендикулярными оси z , а ΔI ток вдоль оси z , тогда, учитывая вышеприведённые условия 1)-3), имеем

$$\Delta U = \Delta I * R = \Delta I * \rho_{\perp} \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y} = \Delta U' = \Delta I * \rho_0 \frac{\Delta z'}{\Delta x' \Delta y'} = \Delta I * \rho_0 \frac{q}{p^2} \frac{\Delta z}{\Delta x \Delta y},$$

отсюда следует

$$\rho_{\perp} = \rho_0 \frac{q}{p^2}. \quad (10)$$

Пусть ΔU напряжение между гранями, перпендикулярными оси x , а ΔI ток вдоль оси x , тогда, учитывая условия 1)-3), имеем

$$\Delta U = \Delta I * R = \Delta I * \rho_{\parallel} \frac{\Delta x}{\Delta z \Delta y} = \Delta U' = \Delta I * \rho_0 \frac{\Delta x'}{\Delta z' \Delta y'} = \Delta I * \rho_0 \frac{1}{q} \frac{\Delta x}{\Delta z \Delta y},$$

отсюда

$$\rho_{\parallel} = \rho_0 \frac{1}{q}. \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует

$$\sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}} = \frac{q}{p}. \quad (12)$$

Все предыдущие выражения позволяют определить ρ_0 с точностью до множителя. Поэтому потребуем, чтобы

$$\rho_0^3 = \rho_{\parallel}^2 \rho_{\perp}. \quad (13)$$

Определим параметры (6) в штрихованной системе координат

$$R_1' = R_1 = \frac{\rho_0}{\pi w'} G(\alpha', \beta'),$$

где

$$\frac{\rho_0}{\pi w'} = \frac{\rho_0}{\pi q w} = \frac{\rho_{\parallel}}{\pi w}, \quad (14)$$

$$а \quad \alpha' = \frac{w'}{s'} = \frac{q}{p} \frac{w}{s} = \frac{q}{p} \alpha = \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}} \alpha \quad \text{и} \quad \beta' = \frac{a'}{s'} = \frac{p}{p} \frac{a}{s} = \frac{a}{s} = \beta.$$

Тогда для сопротивления будем иметь

$$R_1 = \frac{\rho_{\parallel}}{\pi w} G\left(\alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}, \beta\right) = \frac{\rho_{\parallel}}{\pi w} G(\alpha^*, \beta), \quad (15)$$

аналогично получим

$$R_2 = \frac{\rho_{\parallel}}{\pi w} H\left(\alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}, \beta\right) = \frac{\rho_{\parallel}}{\pi w} H(\alpha^*, \beta) \quad (16)$$

и соответственно

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{G\left(\alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}, \beta\right)}{H\left(\alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}, \beta\right)} = F\left(\alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}, \beta\right) = F(\alpha^*, \beta). \quad (17)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЕЛЬНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ СЛОИСТЫХ КРИСТАЛЛОВ

Таким образом, предлагается следующая последовательность операций для определения удельных сопротивлений ρ_{\parallel} и ρ_{\perp} слоистых материалов четырехзондовым комбинационным методом:

1). для заданного параметра $\beta = \frac{a}{s}$, где s – расстояние между контактами, а a – радиус контакта, рассчитываются согласно (4), (5), (6) кривые $G(\alpha^*, \beta)$, $H(\alpha^*, \beta)$ и $F(\alpha^*, \beta)$;

2). по экспериментально определённым $R_1 = \frac{U_{BD}}{I_{AC}}$ и $R_2 = \frac{U_{CD}}{I_{AB}}$ вычисляем $\frac{R_1}{R_2}$ и по кривой $F(\alpha^*, \beta)$ находим значение α^* для которого выполняется $\frac{R_1}{R_2} = F(\alpha^*, \beta)$;

3). вычисляем параметр $\alpha = \frac{w}{s}$, где w – толщина образца, s – расстояние между контактами.

4). из соотношения $\alpha^* = \alpha \sqrt{\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}}$ находим анизотропию удельного сопротивления

$$\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}} = \left(\frac{\alpha^*}{\alpha}\right)^2;$$

5). определяем удельное сопротивление ρ_{\parallel} , либо по формуле $\rho_{\parallel} = \frac{R_1 \pi w}{G(\alpha^*, \beta)}$,

либо по формуле $\rho_{\parallel} = \frac{R_2 \pi w}{H(\alpha^*, \beta)}$;

6). определяем удельное сопротивление ρ_{\perp} из $\rho_{\perp} = \rho_{\parallel} \left(\frac{\alpha^*}{\alpha}\right)^2$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе подробно описан четырёхзондовый комбинационный метод определения не только анизотропии удельных

сопротивлений $\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}}$ материалов со слоистой кристаллической структурой, но и самих величин удельных сопротивлений образцов слоистых кристаллов в плоскости слоёв и в направлении перпендикулярном слоям (соответственно ρ_{\parallel} и ρ_{\perp}). Для удобства практического применения результатов настоящей работы приведены таблицы значений функций $G(\alpha, \beta)$, $H(\alpha, \beta)$ и $F(\alpha, \beta)$.

Основными преимуществами этого метода также являются :

1. отсутствие требований к размерам и форме исследуемых образцов,
2. не требуется знание токопроводящей площади образцов,
3. наличие возможности одновременного определения удельных сопротивлений на одном и том же образце.

1. L.Y.Van der Pauw, *Philips Res. Rep.*, **13** (1958) 1.
2. L.B. Valdes, *Proc. IRE.*, **42** (1959) 42.
3. Н.Ф.Ковтонюк, Ю.А. Концевой, *Измерение параметров полупроводниковых материалов*. М.: Металлургия, (1970).
4. Л.П.Павлов, *Методы измерения параметров полупроводниковых материалов*. - М.: Высшая школа, (1987).
5. P.Schnabel, *Zeits. Angew. Phys.*, **22** (1967) 136.
6. И.С.Градштейн, И.М.Рыжик, *Таблица интегралов, сумм, рядов и произведений*. - М.: Физматгиз, (1963).

LAYLI KRİSTALLARIN XÜSUSİ MÜQAVİMƏTİNİN ÖLÇÜLMƏSİ METODİKASI

F.N.ABDULLAYEV, T.Q.KƏRİMOVA, N.A.ABDULLAYEV

Məqalədə laylı kristalların təkmilləşmiş dördzondlu, kombinə edilmiş tədqiqat metodu təklif olunur. $\rho_{\parallel}(T)$ və $\rho_{\perp}(T)$ xüsusi müqavimətlərini asanlıqla hesablamaq mümkün olan təcrübi nəticələr qrafikalarda və cədvəllərdə verilmişdir. Xüsusi müqavimətlərin hesablamasında nümunələrin ölçülərinə qoyulmuş məhdudluğa edilmiş düzəliş nəzərə alınır.

METHOD OF MEASURING OF RESISTIVITY OF SAMPLES OF LAYERED CRYSTALS

F.N. ABDULLAYEV, T.G. KERIMOVA, N.A. ABDULLAYEV

The advanced four probes combined research technique have been offered for investigation of conductivity of layered crystals. The diagrams and tables which help to receive the specific resistances $\rho_{\parallel}(T)$ and $\rho_{\perp}(T)$ from experimental data have been given. The corrections which take into account the limited sizes of samples have been shown.

Редактор:С.Мехтиева