KVANT TƏBƏQƏSİNDƏ CƏRƏYANIN DİSPERSİYASI

R.Q. AĞAYEVA
Azərbaycan Elm və Təhsil Nazirliyi Fizika İnstitutu
AZ 1143, Bakı, H.Cavid pr., 131
rena.g.aghayeva@gmail.com

Kvantlayıcı maqnit sahəsində parabolik kvant təbəqəsi üçün cərəyanın dispersiyası hesablanmışdır. Hesablama koherent hallar təsvirində cırlaşmamış statistika üçün aparılmışdır. Alınan nəticələr, məsələn, sensorların həssaslığını artırmaq üçün istifadə edilə bilər.

Açar sözlər: dispersiya, kvant təbəqəsi, koherent hallar.

Elektronikada, xüsusən də yarımkeçirici elektronikada əldə edilən nailiyyətlər elektron cihazlarında küyün öyrənilməsinə böyük maraq yaratmışdır, çünki küy zəif siqnallarla işləyərkən bu cihazların həssaslığını məhdudlaşdırır. Küy fluktuasiyalar səbəbindən yaranır. Belə fluktuasiyalar adətən kiçik olur. Bununla belə, onlar dəqiq ölçmələrdə və rabitə texnologiyasında həlledici rol oynayır. Tarazlıq fluktuasiyaları ilə yanaşı, yalnız cərəyan axını zamanı aşkarlanan müxtəlif fluktuasiya mexanizmləri də var. Cərəyan kimi dalğalanmaların ən sadə ölçüsü cərəyan dispersiyadır. Bu məqalənin əsas məqsədi kvantlayıcı maqnit sahəsində yerləşdirilən kvant təbəqədə qeyri-dissipativ cərəyanın dispersiyasını hesablamaqdır.

Alınan nəticələr, məsələn, sensorların həssaslığını artırmaq üçün istifadə edilə bilər.

Bu tədqiqatda bütün hesablamalar koherent hallara [1] və cırlaşmamış statistikaya əsaslanır.

Tədqiq olunan kəmiyyətlərin kiçik bir diapazonunda lakin yüksək dəqiqliklə ölçmə aparan, sensorlarda bu işdə alınan (28) düsturunun nəzərə alınması vacibdir. Beləliklə, əldə edilən nəticə elektron cihazlarında küyü öyrənmək üçün istifadə edilə bilər.

[2]-də koherent hallar təsvirində sabit elektrik ($\vec{E} \parallel x$) və kvantlayıcı maqnit ($\vec{H} \parallel z$) sahələrində parabolik kvant təbəqəsi üçün qalvanomaqnit tenzorun qeyri-diaqonal komponenti hesablanmışdır.

[2] işində potensialı

$$U = m\omega_0^2 x^2 \ / \ 2 \tag{1}$$

olan kvant təbəqəsi məsələsinə baxılmışdır.

Burada $m -$ elektronun effektiv kütləsi, ω_0 $-$kvant təbəqəsində parabolik potensialı xarakterizə edir, x $-$adi kanonik koordinat.

[2]-də baxılan kvant təbəqəsində cərəyanın dispersiyasını (D) hesablamaq üçün

$$D = n(<\hat{j}^2> - <\hat{j}>^2) \tag{2}$$

düsturundan istifadə edəcəyik.

(2) düsturunda $n -$ elektronların konsentrasiyası, $\hat{j}$ $-$cərəyanın operatorudur.

Məlumdur ki, temperaturun (T) və kimyəvi potensialın sabitliyi şərtində və $E=E_x$ olduqda y oxu istiqamətində qeyri-dissipativ cərəyan yaranır.

[1]-də bu cərəyan koherent hallar təsvirində hesablanmışdır:

$$<\hat{j}_y> = -\frac{e^2\omega_c E}{m\omega^2} \tag{3}$$

Burada $e -$ elektronun yükünün mütləq qiyməti, $\omega^2 = \omega_c^2 + \omega_0^2$, $\omega_c = \frac{eH}{mc} -$ tsiklotron tezliyi, c isə işığın vakuumdakı sürətidir.

$<\hat{j}_y^2>$ və $<\hat{j}>$ orta qiymətlərini hesablamaq üçün vektor-potensialı $\vec{A} = (0, Hx, 0)$ kimi seçirik. Bu halda (1) parabolik potensiallı Hamiltonian aşağıdakı kimi olacaq (bax [3] d.(111.3)):

$$\hat{H} = \hat{H}_0 - eEx \tag{4}$$

Asanlıqla göstərmək olar ki, (4)-dəki Hamiltonian $\hat{H}_0$ aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3 \tag{5}$$

harada:

$$\hat{H}_1 = \frac{1}{2m}[\hat{p}_x^2 + m^2\omega^2(x-\hat{x}_0)^2] = \hbar\omega\left(\hat{A}^-\hat{A}^+ + \frac{1}{2}\right) \tag{6}$$

$$\hat{H}_2 = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hat{p}_y^2}{2m}, \quad \hat{H}_3 = \frac{\hat{p}_z^2}{2m} \tag{7}$$

$$\hat{x}_0 = -\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 \frac{\hat{p}_y}{m\omega_c}, \tag{8}$$

$$\hat{A}^{\pm} = e^{\mp i\omega t}\sqrt{\frac{m\omega}{2\pi}}\left((x-\hat{x}_0) \mp \frac{i\hat{p}_x}{m\omega}\right), \tag{9}$$

və $\hat{p}_x, \hat{p}_y, \hat{p}_z$ $-$impuls operatorunun komponentləridir.

İndi

$$<\hat{j}_y^2> = S_p\hat{\rho} \tag{10}$$

kəmiyyətini hesablayaq.

(10) düsturunda $\hat{\vartheta}_y$ $-$sürət operatorunun uyğun komponentidir.

Baxılan məsələnin sıxlıq matrisini aşağıdakı şəkildə yazaq:

131, H.Javid ave, AZ-1143, Baku
Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

$$\hat{\rho} = \hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1 \qquad (11)$$

burada:

$$\hat{\rho}_0 = Z_0^{-1}\exp(-\hat{H}_0\gamma), \quad Z_0 = S_p \exp(-\hat{H}_0\gamma) \qquad (12)$$

$\hat{\rho}_0$ –tarazlıqdakı sıxlıq matrisidir, Z_0 –uyğun statistic cəm, $\gamma = (\kappa T)^{-1}$, k– Boltsman sabiti, T isə mütləq temperatur,

$$\hat{\rho}_1 = \hat{\rho}_0 \int_0^{\gamma} d\gamma' e^{\hat{H}_0\gamma'} eEx\, e^{-\hat{H}_0\gamma'} \qquad (13)$$

isə sıxlıq matrisinə qeyri-tarazlıq əlavəsidir (bax: (2.172) [4]).

Sürət operatoru üçün məlum kvant-mexaniki ifadədən istifadə etməklə (səh.77[3]), (4) və (5) düsturlarını bu ifadədə yerinə yazmaqla, həmçinin $\hat{H}_1, \hat{H}_3$-ün $\hat{p}_y$ –dən asılı olmadığını və (16.5) düsturunu da nəzərə almaqla aşağıdakı ifadəni alarıq:

$$\hat{v}_y = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}, y] = \frac{i}{\hbar}[\hat{H}_2, y] = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \cdot \frac{\hat{p}_y}{m} \qquad (14)$$

(11) və (14) düsturlarını (10)-da yerinə yazaraq alarıq ki,

$$< \hat{j}_y^2 >= \frac{e^2}{m^2}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4 S_p(\hat{\rho}_0 + \hat{\rho}_1)\hat{p}_y{}^2, \qquad (15)$$

burada $\hat{p}_y = \hbar\hat{k}_y$, $\hat{k}_y$ - dalğa vektoru operatorunun y-komponentidir.

[1]-dən məlumdur ki, $\hat{H}_0$ –a uyğun dalğa funksiyası

$$|\alpha, k_y, k_z >= |\alpha > |k_y >|k_z >, \quad |k_y >= \exp(ik_y y),$$
$$|k_z >= \exp(ik_z z) \qquad (16)$$

şəklindədir.

$|\alpha >$ – koherent hallarla bağlı bütün tələbləri ödəyir, məsələn,

$$\hat{A}^-|\alpha >= \alpha|\alpha >, \quad < \alpha|\hat{A}^+ = \alpha^* < \alpha| \qquad (17)$$

Onda [5]-dəki (9.4.4.) düsturuna görə ixtiyari $\hat{M}$ operatorunun şpuru

$$S_p\hat{M} = \frac{L_z}{2\pi}\int dk_z \frac{L_y}{2\pi}\int dk_y \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha\ \langle \alpha, k_y, k_z|\hat{M}|\alpha, k_y, k_z\rangle \qquad (18)$$

olacaq.

(18) düsturunu $S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^2$ –na tətbiq edək. Operatorlardan onların məxsusi qiymətlərinə keçək və bu zaman (16) və (11) düsturlarını və bozon operatorları üçün [6]- dakı (3.83) eyniliklərini

$$< \alpha|\exp(\nu\hat{A}^+\hat{A}^-)|\alpha >= \exp[-(1 - e^{\nu})|\alpha|^2], \qquad (19)$$

[7]- dən (13.17)

$$\int (\alpha^*)^s \alpha^l \exp(-C|\alpha|^2) d^2\alpha = \frac{\pi l!}{C^{l+1}}\delta_{sl} \qquad (ReC > 0) \qquad (20)$$

və həmçinin [8]-dən səh. 344-dəki (12) düsturunu

$$\int_{-\infty}^{+\infty} x^t e^{-rx^2} dx = \begin{cases} \sqrt{\pi} r^{-\frac{1}{2}} & t = 0 \\ \frac{\sqrt{\pi}}{2} r^{-\frac{3}{2}} & t = 2 \end{cases} \qquad (21)$$

nəzərə alarıq.

Onda

$$S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^2 = \hbar^2 \int_{-\infty}^{+\infty} k_y^2 \exp(-Lk_y^2)\, dk_y / \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-Lk_y^2)\, dk_y = \frac{\hbar^2}{2L}, \qquad (22)$$

burada $L = \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hbar^2\gamma}{2m}$.

(13)-ü nəzərə alaraq $S_p\hat{\rho}_1\hat{p}_y^2$ hesablayaq.

(9) köməyi ilə x $\hat{A}^{\pm}$ ilə ifadə oluna bilər:

$$x = \hat{x}_0 + \sqrt{\frac{\pi}{2m\omega}}\left(e^{-i\omega t}\hat{A}^- + e^{i\omega t}\hat{A}^+\right) \qquad (23)$$

Sonra, [6]-dan (3.46)-nı

$$e^{\gamma'\hat{A}^+\hat{A}^-}\hat{A}^{\pm}e^{-\gamma'\hat{A}^+\hat{A}^-} = \hat{A}^{\pm}e^{\pm\gamma} \qquad (24)$$

və (17) , (19)-u tətbiq edirik, daha sonra $\hat{A}^-$və $\hat{A}^+$-a uyğun gələn 2 hədd üzrə inteqrallasaq (bax (23)) məxsusi qiymətlərə keçid zamanı (20)-yə görə bu həddlər sıfıra bərabər olur. Onda alarıq

$$S_p\hat{\rho}_1\hat{p}_y^2 = eE\, S_p\hat{\rho}_0 \int_0^{\gamma} d\gamma' e^{\hat{H}_0\gamma'}\hat{x}_0 e^{-\hat{H}_0\gamma'}\hat{p}_y^2. \qquad (25)$$

(8)-dən göründüyü kimi, $\hat{x}_0$ yalnız bir $\hat{p}_y$ operatorundan asılıdır. Buna görə də, (25)-i aşağıdakı kimi yazmaq olar:

$$S_p\hat{\rho}_1\hat{p}_y^2 = -\frac{eE}{m\omega_c}\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^3 \qquad (26)$$

$S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^3$ hesablanması $S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^2$ kimi eyni sxem üzrə aparılacaqdır.

Nəticədə, [8]-də səh.344-də (10) düsturdan istifadə edərək hesabladığımız $\int_{-\infty}^{+\infty} k_y^3 \exp(-Lk_y^2) dk_y$ inteqralının $S_p\hat{\rho}_0\hat{p}_y^3$-un tərkibində olduğuna görə sıfır alırıq, yəni

$$\int_{-\infty}^{+\infty} k_y^t\, e^{-rk_y^2-qk_y}\, dk_y = \left(\frac{i}{2}\right)^t \sqrt{\pi} r^{-(t+1)/2} exp\left(\frac{q^2}{4r}\right) H_t\left(\frac{iq}{2\sqrt{r}}\right)$$

q = 0; t = 3 və t =0 olanda, həmçinin [9]-dan 8.956.1 və 8.596.7-düsturlarından istifadə edərək:

$$H_0(x) = 1\ , H_3(0) = 0.$$

Onda (26) sıfra bərabər olur və (22)-ni nəzərə almaqla (15) ifadəsi

$$< \hat{j}_y^2 >= \frac{e^2}{m\gamma}\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \qquad (27)$$

şəkildə olacaq.

(27)-ni, (3)-ü (2)-də yerinə yazaraq, kvant təbəqəsində cərəyanın dispersiyası üçün ifadə alırıq.

$$D = \frac{ne^2}{m\omega^2}\left[\frac{\omega_0^2}{\gamma} - \frac{1}{m}\left(\frac{eE\omega_c}{\omega}\right)^2\right] \qquad (28)$$

Tədqiq olunan kəmiyyətlərin kiçik diapazonunda, lakin yüksək dəqiqliklə ölçmə aparan sensorlarda (28)-i nəzərə almaq lazımdır. Beləliklə, alınmış nəticə elektron cihazlarında küyü öyrənmək üçün istifadə edilə bilər.

---

[1] *И.А.Малкин, В.И. Манько.* Динамические симметрии и когерентные состояния квантовых систем. М., Наука, 1979, с.320.

[2] *R.Q, Ağayeva*. Fizika, 2017, c.XXIII, №4, section: AZ , s.13-15.

[3] *Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц.* Теоретическая физика т. III, Квантовая механика, 1974, 752 с.

[4] *Р. Фейнман*. Статистическая механика. М., Мир, 1975, 407с.

[5] *М. Лэкс*. Флуктуации и когерентные явления. М., Мир, 1974, 299с.

[6] *У. Люиселл.* Излучение и шумы в квантовой электронике. М., Наука, 1972, 400 с.

[7] *Я. Перина.* Когерентность света. М., Мир, 1974, 367с.

[8] *А.П. Прудников и др*. Интегралы и ряды. М., Наука, 1981, 800с.

[9] *И.С. Градштейн, И.М. Рыжик.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Наука1971,1108 с.