

MODİFİKASIYA OLUNMUŞ PÖŞL-TELLER POTENSİALLI YARIMKEÇİRİCİ KVANT ÇUXURUNDA ELEKTRONLARIN KİMYƏVİ POTENSİALI VƏ YÜRÜKLÜYÜ

M.M. BABAYEV, X.B. SULTANOVA, N.B. MUSTAFAYEV

Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası, H.M. Abdullayev adına Fizika İnstitutu,

AZ 1143, Bakı şəhəri, H.Cavid pr. 131

e-mail: mirbababayev@yahoo.com

Pöşl-Teller potensialı yarımkeçirici kvant çuxurunda elektronların kimyəvi potensialı, dielektrik funksiya və elektronların yürüklüyü hesablanmışdır. Yürüklüyün ionların səth sıxlığından asılılığı tədqiq edilmişdir. Göstərilmişdir ki, ekranlaşma yürüklüyün qiymətini xeyli artırır.

Açar sözlər: kvant çuxuru, dielektrik funksiya, yürüklük

PACS: 73.63.-b; 73.63.Hs

Giriş.

Kvant çuxurları, kvant məfilləri, kvant nöqtələri və kvant borularının nanotexnologiyada tətbiq imkanları genişləndikcə, bu obyektlərdə baş verən fiziki proseslərin daha ətraflı nəzəri tədqiqinə ehtiyac da artır. Yarımkeçirici kvant çuxurları, elektronların hərəkəti bir istiqamətdə məhdudlaşmış, qalan iki istiqamətdə isə qeyri-məhdud olan kvant təbəqələridir. Kvant çuxurlarının xassələrinin formalaşmasında məhdudlayıcı potensialın forması mühüm rol oynayır. Bu potensialın forması dəqiq bilinmədiyi [1] üçün, müxtəlif modellərdən istifadə edilir və ən çox istifadə olunan modellər düzbucaqlı və parabolik potensiallardır. Məlumdur ki, dar kvant çuxurlarına düzbucaqlı potensial, nisbətən geniş kvant çuxurlarına isə parabolik potensial daha çox uyğun gəlir. Bu işdə kvant çuxurunda məhdudlayıcı potensial olaraq, modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialından [2, 3] istifadə edilmişdir. Bu potensial şəklinə görə düzbucaqlı potensialla parabolik potensial arasındadır (bəzən buna deformasiya olunmuş parabolik potensial deyirlər) və limit halında parabolik potensial əsasında hesablanmış nəticələri verir. Ona görə də, Pöşl-Teller potensialının parametrlərini uyğun qayda-da seçməklə eksperimentə daha yaxşı uyğunlaşma əldə oluna bilər. Bu işdə Pöşl-Teller potensialı yarımkeçirici

kvant çuxurunda elektronların kimyəvi potensialı, dielektrik funksiya və ekranlaşma nəzərə alınmaqla elektronların yürüklüyü hesablanmışdır.

Əgər elektronların hərəkətinin məhdudlaşdığı istiqamət olaraq (kvant təbəqəsinə perpendikulyar istiqamət) z oxunu götürsək, modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar [2]:

$$U(z) = -\frac{\hbar^2 \alpha^2 \lambda' (\lambda' - 1)}{2m \cosh^2 \alpha z}. \quad (1)$$

Burada $\lambda' > 1$ və α – potensialın parametrləridir. $\lambda' = \lambda + 1$ əvəzləməsi aparsaq və enerjinin hesablanma başlanğıcını $(\hbar^2 \alpha^2 / 2m) \lambda (\lambda + 1)$ qədər aşağı sürüşdürsək, (1) potensialını

$$U(z) = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} \lambda (\lambda + 1) \tanh^2 \alpha z, \quad \lambda > 0 \quad (2)$$

şəklində yaza bilərik. Qalan iki istiqamətdə (x və y) hərəkət məhdudlaşmadığı üçün, (2) potensialına malik kvant çuxurunda elektronların dispersiya qanunu aşağıdakı şəkildədir:

$$\varepsilon(k_x, k_y) = E_{\lambda, N} + \frac{\hbar^2 (k_x^2 + k_y^2)}{2m}; \quad E_{\lambda, N} = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} [\lambda (\lambda + 1) - (\lambda - N)^2] \quad (3)$$

Burada m - keçirici elektronların effektiv kütləsi, k_x və k_y – elektronların dalğa vektorunun, uyğun olaraq x və y istiqamətində proyeksiyaları, $N = 0, 1, 2, \dots$ isə enerji səviyyələrinin nömrəsidir ($N \leq \lambda$). Enerjinin k_x və k_y -dən asılılığı parabolikdir, lakin (3) ifadəsindən görüldüyü kimi, parabolaların minimumları ekvidistant deyil, λ -nın verilmiş qiymətində qonşu enerji səviyyələri arasında fərq $\Delta E_{\lambda, N} = (\hbar^2 \alpha^2 / 2m) [2(\lambda - N) - 1]$.

Müqayisə üçün qeyd edək ki, sonsuz düzbucaqlı kvant çuxurunda da enerji səviyyələri ekvidistant deyil ($\Delta E_N = (\hbar^2 \pi^2 / 2m L^2) [2N + 1]$, burada L – kvant təbəqəsinin enidir), parabolik potensiallı kvant çuxurunda isə enerji səviyyələri ekvidistantdır ($\Delta E_N = \hbar \omega_0$, burada ω_0 – parabolik potensialın parametridir).

Elektronların enerjisinin (3) qiymətlərinə uyğun dalğa funksiyaları [2] :

$$\psi_{N, \lambda, k_x, k_y}(\vec{r}) = \frac{e^{i(k_x x + k_y y)}}{\sqrt{L_x L_y L_z}} \left[\frac{\alpha (\lambda - 1) \Gamma(2\lambda - N + 1)}{N!} \right]^{\frac{1}{2}} P_\lambda^{N-\lambda}(\tanh \alpha z). \quad (4)$$

Burada $\vec{r}(x, y, z)$ – elektronun koordinatları, $P_\lambda^{N-\lambda}(\tanh \alpha z)$ – Lejandr funksiyalarıdır.

Elektronların hal sıxlığı və kimyəvi potensialı.

Ümumi halda hal sıxlığı

$$g(\varepsilon) = \sum_{N, k_x, k_y, \sigma} \delta [\varepsilon_{\lambda, N}(k_x, k_y) - \varepsilon]$$

ifadəsi ilə təyin edilir (σ – spin kvant ədədidir). Pöşl-Teller potensialı üçün enerji spektrinin (3) ifadəsindən istifadə etməklə alırıq:

$$g(\varepsilon) = \frac{L_x L_y m}{\pi \hbar^2} \sum_{N=0}^{[\lambda]} H(\varepsilon - E_{\lambda, N}). \quad (5)$$

Burada L_x və L_y – kvant təbəqəsinin x və y oxu istiqamətində ölçüləri, $H(\varepsilon - E_{\lambda, N})$ – Hevisayd funksiyası, $[\lambda]$ isə λ -nın tam hissəsidir. Buradan görünür ki, hal sıxlığı

$$n = \frac{m k_0 T}{\pi \hbar^2} \sum_{N=0}^{[\lambda]} \ln \left[1 + \exp \left(\frac{\zeta - \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} [\lambda(\lambda + 1) - (\lambda - N)^2]}{k_0 T} \right) \right]. \quad (8)$$

Enerji səviyyələrinin dolma dərəcəsinin istənilən qiymətində (8) tənliyinin həllindən kimyəvi potensial tapmaq olar. Xüsusi halda, elektronlar yalnız ən aşağı ($N = 0$) enerjili parabolada yerləşirsə, onda bu tənlikdən elektronların kimyəvi potensialı üçün alırıq:

$$\zeta = \frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} \lambda + k_0 T \ln \left[\exp \left(\frac{\pi \hbar^2 n}{m k_0 T} \right) - 1 \right]. \quad (9)$$

Qeyd edək ki, $E_{\lambda, 0} = (\hbar^2 \alpha^2 / 2m) \lambda$ – ən aşağı ($N = 0$) enerjili parabolanın minimumudur.

$$M_{ee} = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^*(\vec{r}_1) \psi_2^*(\vec{r}_2) \frac{e^2}{\chi r_{12}} \psi_1(\vec{r}_1) \psi_2(\vec{r}_2) d^3 r_1 d^3 r_2, \quad (12)$$

χ – statik dielektrik nüfuzluğu,

$r_{12} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$ – elektronlar arasında məsafədir. (4) dalğa funksiyasından istifadə etməklə (12) ifadəsində x_1, x_2, y_1 və y_2 üzrə inteqralla-

$$J_\lambda(q_{2D}) = \int_{-\infty}^{\infty} [P_\lambda^{-\lambda}(\tanh Z_1)]^2 [P_\lambda^{-\lambda}(\tanh Z_2)]^2 \exp \left(-\frac{q_{2D}}{\alpha} |Z_1 - Z_2| \right) dZ_1 dZ_2 \quad (14)$$

(14) ifadəsində $Z_1 = \alpha z_1$ və $Z_2 = \alpha z_2$ əvəzləməsi edilib, $q_{2D} = |\vec{k}_2 - \vec{k}_1|$ – qarşılıqlı təsirdə olan elektronların (2-ölçülü) dalğa vektorlarının fərqinin moduludur. $\lambda = 1$

$$\varepsilon(q_2) = 1 + \frac{2me^2}{\hbar^2 \chi q} \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\alpha} \right)^2 \text{PolyGamma} \left(1, -1 + \frac{q}{2\alpha} \right) - \frac{4 + \left(\frac{q}{\alpha} - 1 \right) \left(\frac{q}{\alpha} \right)^2}{\left(\frac{q}{\alpha} - 1 \right)^2} \right\}. \quad (15)$$

lığı enerjinin pilləli funksiyasıdır. Birinci səviyyədə ($N=0$) hal sıxlığı sabit olub, düzbucaqlı və parabolik potensiallı kvant çuxurlarında olduğu kimi $g(\varepsilon) = L_x L_y m / \pi \hbar^2$.

Elektron qazının kimyəvi potensialı (ζ) onların 2 ölçülü konsentrasiyasının (kvant təbəqəsi üzrə səth sıxlığının) ifadəsindən tapılır:

$$n = \frac{1}{L_x L_y} \sum_{N, k_x, k_y, \sigma} f_0(\varepsilon). \quad (6)$$

Burada

$$f_0(\varepsilon) = \left[1 + \exp \left(\frac{\varepsilon - \zeta}{k_0 T} \right) \right]^{-1} \quad (7)$$

elektronların tarazlıq paylanma funksiyası, k_0 – Bolsman sabiti, T – temperaturdur. Əgər k_x, k_y üzrə cəmləmədən inteqrallamaya keçsək və spinə görə cəmləmənin 2 vuruğuna gətirdiyini nəzərə alsaq, (3) spektrinə malik elektron qazı üçün alırıq:

Səpici potensialın ekranlaşması

Səpici potensialların ekranlaşması dielektrik funksiya ilə ifadə edilir:

$$\varepsilon(\omega, q) = 1 + M_{ee} \Pi(\omega, q). \quad (10)$$

Burada $\Pi(\omega, q)$ – polyarizasiya operatoru, M_{ee} isə elektron-elektron qarşılıqlı təsirin matris elementidir. Limit halında, $q \rightarrow 0$ və $\omega = 0$ olduqda:

$$\Pi(0, 0) = \int_{\varepsilon_{\min}}^{\infty} g(\varepsilon) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) d\varepsilon,$$

maları aparsaq, Pöşl-Teller potensiallı yarımkəçirici kvant çuxurunda dielektrik funksiyası üçün alırıq:

$$\varepsilon(q_{2D}) = 1 + \frac{8me^2}{\hbar^2 \chi q_{2D}} f_0 \left(\frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} \lambda \right) J_\lambda(q_{2D}), \quad (13)$$

parametrlı kvant çuxurunda ($N = 0$) dielektrik funksiya sadə şəkllə düşür:

Kvant təbəqəsi üzrə spektrin izotrop, səpilmənin isə kvazielastik olduğunu nəzərə alsaq, ikiölçülü elektron qazının müxtəlif səpilmə mexanizmlərindən relaksasiya müddətini aşağıdakı ifadə ilə hesablamaq olar [4]:

$$\frac{1}{\tau_{ak}} = \sum_{\vec{k}_2, \sigma'} W(\vec{k}, \vec{k}') \left(1 - \frac{\vec{k} \cdot \vec{k}'}{k^2}\right). \quad (16)$$

Burada $W(\vec{k}, \vec{k}')$ - vahid zamanda elektronların hər hansı səpilmə nəticəsində \vec{k} halından \vec{k}' halına keçid ehtimalı-

$$\frac{1}{\tau_{ak}} = \frac{4E_1^2 k_0 T \alpha m}{3\pi \rho \hbar^3 v_0^2} \int_0^1 \frac{t^2 dt}{\epsilon^2(t) \sqrt{1-t^2}}, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\tau_{pz}} = \frac{k_0 T m e^2 \beta^2}{2\pi \alpha \rho \hbar^3 v_0^2} \int_0^1 \frac{t^2 dt}{\epsilon^2(t) \sqrt{1-t^2}} \int_0^\infty \frac{x^2}{x^2 + \left(\frac{\pi k t}{\alpha}\right)^2} \text{csch}^2 x dx, \quad (18)$$

$$\frac{1}{\tau_i} = \frac{4\pi^3 Z^2 e^4 m n_i}{\chi^2 \hbar^3 k^2} \int_0^1 \frac{J_i^2(t) dt}{\epsilon^2(t) \sqrt{1-t^2}} \quad (19)$$

$$J_i(t) = 1 + \frac{kt}{\alpha} \left[\text{HarmonicNumber} \left(-\frac{1}{2} + \frac{kt}{2\alpha} \right) - \text{HarmonicNumber} \frac{kt}{2\alpha} \right]. \quad (20)$$

Burada $t=q_2/2k$ işarə edilib, E_1 – deformasiya potensialının sabiti, ρ – kristalın sıxlığı, v_0 – səsə kristalda sürəti, $\beta = \sqrt{0.8} e_{14}/\chi$ (burada e_{14} – pyezopotensialın parametridir [5]), Ze və n_i , uyğun olaraq, ionların yükü və və səth sıxlığıdır.

Elektronların yürüklüyü.

Elektrik sahəsinin intensivliyini elektronların hərəkətinin məhdudlaşmadığı istiqamətdə - kvant təbəqəsi boyunca yönəldək. Bu müstəvidə (xy müstəvisində) kvantlanma olmadığından elektronların paylanma funksiyasını tapmaq üçün Bolsmanın kinetik tənliyindən istifadə edə bilərik. Bu təbəqə üzrə elektrik cərəyanı (spinə görə cırılma 2 vuruğu ilə nəzərə alınıb):

$$\sigma = \frac{e^2 k_0 T}{\pi \hbar^2} \int_0^\infty \frac{e^{x-\eta}}{(1 + e^{x-\eta})^2} \tau(k(x)) x dx, \quad k(x) = (\sqrt{2 m k_0 T / \hbar}) x^{1/2}. \quad (23)$$

Burada $x = \epsilon/k_0 T - \hbar^2 \alpha^2 / 2 m k_0 T$, $\eta = \zeta/k_0 T - \hbar^2 \alpha^2 / 2 m k_0 T$ işarə edilib.

(23) ifadəsindən cırılma dərəcəsinin istənilən qiymətində elektronların $\mu = \sigma/en$ yürüklüyünü tapmaq olar. Xüsusi halda, güclü cırılmış elektron qazı üçün $\mu = e \cdot \tau(k_F)/m$, burada $k_F = \sqrt{2\pi n}$ – elektronların Fermi səviyyəsinə uyğun dalğa ədədidir.

NƏTİCƏLƏRİN MÜZAKİRƏSİ

Pöşl-Teller potensialından istifadə etməklə alınmış nəzəri nəticələri GaAs/Al_xGa_{1-x}As kvant çuxuru üçün təhlil edək. Ədədi hesablamalarda fiziki parametrlərin elmi ədəbiyyatda məlum olan bu qiymətlərindən istifadə

dir. (4) dalğa funksiyaları ilə hesablanmış relaksasiya müddətləri çox mürəkkəb şəkildədir. Lakin kvant çuxurlarında aparılan eksperimentlərin əksəriyyətində nəticələrin analizi göstərir ki, elektronlar yalnız ən aşağı enerjili ($N=0$) səviyyədə yerləşir. Pöşl-Teller potensialı kvant çuxurunda bu o deməkdir ki, elektronların orta enerjisi $\bar{\epsilon} < \hbar^2 \alpha^2 / 2m$ şərtini ödəyir. Bundan sonrakı hesablamalarda biz $\lambda = 1$ halına baxacağıq. Elektronların akustik fononların deformasiya potensialından (τ_{ak}), pyezoakustik fononlardan (τ_{pz}) və aşqar ionlarından səpilməsində (τ_i) relaksasiya müddətləri üçün alırıq:

$$\vec{j} = -2e \sum_{N, k_x, k_y} \vec{v} f(N, k_x, k_y). \quad (21)$$

Burada 2 vuruğu ilə spinə görə cırılma nəzərə alınıb, $\vec{v} = (1/\hbar)(\partial \epsilon(k)/\partial \vec{k}) = (\hbar/m)\vec{k}$ isə elektronların sürətidir. Relaksasiya müddəti yaxınlaşmasında elektronların paylanma funksiyasını

$$f(N, k_x, k_y) = f_0(\epsilon) + \frac{\hbar e}{m} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon} \tau(\epsilon)(\vec{k}\vec{E}) \quad (22)$$

şəklində yazıla bilər [4]. Burada $\tau(\epsilon) = (1/\tau_{ak} + 1/\tau_{pz} + 1/\tau_i)^{-1}$ – elektronların ümumi relaksasiya müddətidir.

Elektronların yalnız birinci ($N = 0$) səviyyədə olduğu halda keçiricilik üçün alırıq:

edək: $m = 0.067 m_0$ (burada m_0 – sərbəst elektronun kütləsidir), $\rho = 5.3 \cdot 10^3$ kq/m³, $v_0 = 5.14 \cdot 10^3$ m/s, $\chi = 12.9$, $E_1 = 7.4$ eV, $e_{14} = 0.16$ C/m² [5]. Kvant çuxurunun enini $L = 10^{-8}$ m [5] götürüb, elektronların yalnız ən aşağı enerjili səviyyəni tutduğu hala [6, 7] baxaq.

Modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialı $z \rightarrow \infty$ şərtində sabit ədədə yaxınlaşır. Bu ədədi kvant çuxurunun hündürlüyünə (Δ) bərabər götürməklə Pöşl-Teller potensialının parametri α - nı qiymətləndirmək olar:

$$\frac{\hbar^2 \alpha^2}{2m} \lambda(\lambda + 1) \tanh^2(\infty) = \Delta. \quad (24)$$

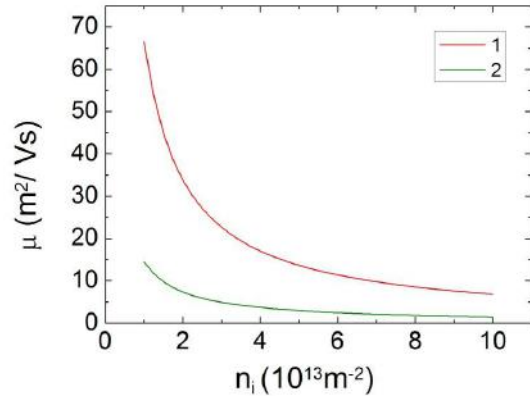
$\lambda = 1$ parametrlı Pöşl-Teller potensialı ilə ifadə olunan kvant çuxurunun hündürlüyünün $\Delta = 0.1$ eV qiymətində (24) tənliyindən $\alpha = 3 \cdot 10^8$ m⁻¹ alırıq. Ədədi hesablamalarda biz α -nın bu qiymətindən istifadə edəcəyik.

(17), (18) və (19) ifadələrindən alınır ki, aşağı temperaturlarda ($T = 1 - 20$ K) yüürlükdə əsas rol ionlardan səpilməyə aiddir.

Şəkil 1-də elektronların səth sıxlığının $n = 1.78 \cdot 10^{15}$ m⁻² [6] qiymətində elektronların yüürlüyünün ionların səth sıxlığından $n_i = (1 - 10) \cdot 10^{13}$ m⁻² intervalında asılılıq qrafiki verilmişdir (1 əyrisi). Elektronların səth sıxlığının bu qiymətində elektronlar güclü cırılmış haldadır və yüürlük temperaturdan demək olar ki, asılı deyil. İonlardan səpilmə həlledici rol oynadığı üçün qrafik tərs mütənasib asılılığa yaxındır. Yüürlüyün eksperimentdə tapılmış qiymətindən istifadə edərək nümunədə elektronların səth sıxlığını tapmaq olar. [6] eksperimentində tədqiq olunan nümunənin yüürlüyünün 22.7 m²/V-san olduğu göstərilmişdir. Qrafikdən, eləcə də (23) ifadəsindən alınır ki, bu yüürlük ionların səth sıxlığının $3.0 \cdot 10^{13}$ m⁻² qiymətinə uyğundur.

Şəkil 1-də müqayisə üçün səpici potensialların ekranlaşması nəzərə alınmayanda elektronların yüürlüyünün aşqar ionlarının səth sıxlığından asılılıq qrafiki də verilmişdir (2 əyrisi). Qrafikdən görünür ki, ekranlaşma

yüürlüyün qiymətinə çox güclü təsir edir. Ekranlaşma olmayan halda ($\epsilon = 1$) (17) - (19) və (23) ifadələri ilə aparılan hesablamalarla müqayisə göstərir ki, ekranlaşmanın təsiri nəticəsində yüürlüyün qiyməti təqribən 4,5 dəfə artır.



Şəkil 1. Modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensiallı yarımkeçirici kvant çuxurunda elektronların yüürlüyünün aşqar ionlarının səth sıxlığından asılılıq qrafiki (1- ekranlaşma nəzərə alınanda, 2-ekranlaşma nəzərə alınmayanda).

- [1] Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн. Электронные свойства двумерных систем. Москва, Мир, 1985, 415 стр.
- [2] S. Cruz y Cruz, S. Kuru, J. Negro. Phys. Lett. A, 372, 2008, 1391-1405.
- [3] П.П. Костробий, І.А. Рижса. Вісник «Львівська Політехніка», Фізико-математичні науки, 718, 2011, 89-95.
- [4] Б.М. Аскеров. Электронные явления переноса в полупроводниках. Москва, Наука, 1985, 318 стр.

- [5] В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон. Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. Москва, Наука, 1984, 351 стр.
- [6] R. Fletcher, J.C. Maan, G. Weimann. Phys. Rev. B, 32, 1985, 8477-8479.
- [7] W.E. Chickering, J.P. Eisenstein, J.L. Reno. Phys. Rev. Lett., 103, 2009, 046807 (1-4).

M.M. Babayev, Kh.B. Sultanova, N.B. Mustafayev

CHEMICAL POTENTIAL AND MOBILITY OF ELECTRONS IN SEMICONDUCTOR QUANTUM WELLS WITH MODIFIED PÖSCHL-TELLER POTENTIAL

Chemical potential, dielectric function and electron mobility in semiconductor quantum well with modified Pöschl-Teller potential have been calculated. The dependence of electron mobility on surface ion density has been studied. It is shown that the electron mobility is essentially increased by the screening.

M.M. Бабаев, Х.Б. Султанова, Н.Б. Мустафаев

ХИМИЧЕСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ И ПОДВИЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ПЕШЛЯ-ТЕЛЛЕРА

Рассчитаны химический потенциал, диэлектрическая функция и подвижность электронов в полупроводниковой квантовой яме с модифицированным потенциалом Пешля-Теллера. Исследована зависимость подвижности электронов от поверхностной плотности ионов. Показано, что экранирование значительно увеличивает подвижность электронов.

Qəbul olunma tarixi: 13.09.2016