KOHERENT HALLAR BAZİSİNDƏ DİSSİPATİV QALVANOMAQNİT CƏRƏYAN

R.Q. AĞAYEVA
Azərbaycan MEA-nın akademik H.M. Abdullayev adına Fizika İnstitutu,
Az-1143, Bakı, H.Cavid prospekti, 131
E-mail: a.rana@physics.ab.az

Koherent hallar təsvirində eninə kvantlayıcı maqnit sahəsində qalvanomaqnit tenzorun diagonal tərkib hissəsi hesablanmışdır. Konkret mexanizm kimi cırlaşmamış statistik halda və yüksək temperaturlarda daşıyıcıların akustik fononlardan səpilməsinə baxılmışdır.

Açar sözlər: koherent hallar, dissipativ qalvanomaqnit cərəyan.
PACS: 03.65.-w ,72.15.Gd .

Giriş.

[1] işində koherent hallar (KH) bazisində cərəyan daşıyıcılarının səpilməsi nəzərə alınmadığı halda da baş verən bir sıra effektlər hesablanmışdır. Bu işin məqsədi kvantlayıcı maqnit sahəsində σ_{yy} qalvanomaqnit tenzorunun diaqonal komponentinin hesablanmasının timsalında KH metodunun daşıyıcıların səpilməsi nəzərə alındığı halda necə işləməsini göstərməkdir. Bu işdə bütün işarələr [1] işində istifadə edilən işarələrlə eynidir.

Galvanomaqnit tenzorunun diaqonal komponentinin hesablanması.

Fudzita [2] kimi, [3] işindəki Kubo düsturunda (5.17a) operatorlara görə bir hissəcikli təsvirə keçək. Səpilməyə görə birinci itməyən yaxınlaşmada V_r və cırlaşmamış statistik halda σ_{yy} -i aşağıdakı şəkildə alarıq:

$$\sigma_{yy} = -\left(\frac{e}{\hbar}\right)^2 \int_0^\infty \partial t \, Lim\, \Omega^{-1} \int_0^\gamma \partial\gamma' Z_p^{-1} Sp_p e^{-\gamma \hat{H}_p} e^{-\gamma(\hat{H}_0 - \xi)} \left[y_0, V_r\right]\left[y_0, V_r\left(t + i\hbar\gamma'\right)\right] , \qquad (1)$$

burada e – elektronun yükünün mütləq qiyməti, Lim - termodinamik limit, Ω- sistemin tutduğu həcm, $\gamma=(KT)^{-1}$, T - -mütləq temperatur, k- Bolsman sabitidir, p indeksi fononları göstərir, Z - statistik cəm, $\hat{H}_p$, $\hat{H}_o$ - müvafiq olaraq fononların və elektronun $V_r=0$ üçün hamiltonianları, ξ - kimyəvi potensial, $y_0 = \dfrac{y}{2} + \dfrac{cp_x}{eH}$ - z oxuna paralel H maqnit sahəsində orbit mərkəzinin operatoru [3], y- elektronun koordinatı, p_x isə elektronun impulsunun x komponenti, $V_r = \sum_{\vec{q}} V_{\vec{q}}\, a_{\vec{q}} \exp\left(i\vec{q}\vec{r}\right) + \ e.q.\ \vec{q}$, - fononun dalğa vektoru, $a_{\vec{q}}$ - onun məhv etmə operatorudur, $V_r\left(t\right) = e^{i\left(\hat{H}_0 + \hat{H}_p\right)t/\hbar} V_r\, e^{-i\left(\hat{H}_0 + \hat{H}_p\right)t/\hbar}$.

$a_{\vec{q}}$ üçün $\left|\alpha_q\right\rangle$ KH daxil edək. Onda,

$$\hat{H}_p = \sum_{\vec{q}} \hbar\omega_{\vec{q}} \left(a^+_{\vec{q}} a_{\vec{q}} + \frac{1}{2}\right);$$

burada $\omega_{\vec{q}}$ - fononun tezliyidir. Fonon dəyişənləri üzrə şpuru çıxaraq: birincisi $\vec{q}$ -ləri bərabər olan və ikincisi, tərkibində $a_{\vec{q}} a^+_{\vec{q}}$ və $a^+_{\vec{q}} a_{\vec{q}}$ hasilləri olan hədlər sıfırdan fərqli olacaq. Bundan başqa, [1] işindəki (30) düsturunu nəzərə alaraq hər şeyi $a_{\vec{q}}$ və $a^+_{\vec{q}}$ operatorlarına görə normal hasil şəklində təqdim edək, inteqrallamanı isə [1] işindəki (25) düsturu üzrə aparaq. Nəticədə alarıq :

$$\sigma_{yy} = -\frac{e^2}{\hbar^2} \int_0^\infty dt \, Lim\, \Omega^{-1} \int_0^\gamma d\gamma' \sum_{\vec{q}} \left|V_{\vec{q}}\right|^2 sp\left\{\left(N_{\vec{q}} + 1\right) A\left(\vec{q}, \omega_{\vec{q}}\right) + N_{\vec{q}} A\left(-\vec{q}, -\omega_{\vec{q}}\right)\right\} \qquad (2)$$

burada

$$A\left(\vec{q}, \omega_{\vec{q}}\right) = e^{-\gamma\left(\hat{H}_0 - \xi\right)} e^{i\omega_{\vec{q}}\left(t + i\hbar\gamma'\right)} \left[y_0, e^{i\vec{q}\vec{r}}\right] \left[y_0, e^{-i\vec{q}\vec{r}}\left(t + i\hbar\gamma'\right)\right] \qquad (3)$$

$N_{\vec{q}} = \left[exp\left(\hbar\omega_{\vec{q}}\gamma\right) - 1\right]^{-1}$ - Plank funksiyası, $e^{-i\vec{q}\vec{r}}\left(t\right) = e^{i\hat{H}_0 t/\hbar}\, e^{-i\vec{q}\vec{r}}\, e^{-i\hat{H}_0 t/\hbar}$.

131 H.Javid ave, AZ-1143, Baku
ANAS, G.M.Abdullayev Institute of Phyics
E-mail: jophphysics@gmail.com

k_z üzrə cəmi hesablayaq. k_z-dən yalnız $\hat{H}_0$ asılıdır, çünki [1] işindəki (17) düsturuna əsasən $\hat{H}_0 = \hbar\omega_c\left(\hat{A}_0^+\hat{A}_0^- + \frac{1}{2}\right) + \frac{\hbar^2\hat{k}_z^2}{2m}$. Burada $\hat{A}_0^\pm$ və $\hat{B}_0^\pm$ maqnit sahəsində bozonun yaranma və məhv etmə operatorlarıdır [1]. $\omega_c = \frac{eH}{mc}$, m – elektronun kütləsi, c – vakuumda işığın sürətidir. Aydındır ki, məsələnin həyəcanlanmamış dalğa funksiyasını, maqnit sahəsinə perpendikulyar müstəvidə hərəkətə uyğun $|\alpha,\beta,t\rangle$ KH-da dalğa funksiyasının $|k_z\rangle$ müstəvi dalğasına hasili şəklində təsvir etmək olar. k_z üzrə cəmi matrisa şəklində yazaq, bu halda yaranan δ - funksiyalarından inteqralların hesablaması üçün istifadə edəcəyik, k_z üzrə qalan inteqral isə Puasson tipli cədvəl inteqralına gətiriləcək. Beləliklə,

$$\sum_{k_z} \to \frac{L_z}{2\pi}\sqrt{\frac{2\pi m}{\hbar^2\gamma}}\, e^{\eta q_z^2} \tag{4}$$

Burada

$$\eta = -\frac{1}{2m\gamma}\left(t + i\hbar\gamma'\right)\left(t + i\hbar\gamma' - i\hbar\gamma\right) \tag{5}$$

L_x, L_y, L_z isə burda və bundan sonra nümunənin xətti ölçüləridir. k_z üzrə cəmi çıxardıqdan sonra σ_{yy} -də qalan bütün operatorları $\hat{A}_0^\pm$, $\hat{B}_0^\pm$ vasitəsilə ifadə edək. Onda,

$$e^{iq_x x + iq_y y} = D_\alpha\left(N^*\right)D_\beta\left(M^*\right) \tag{6}$$

$$N = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_c}}\, e^{-i\omega_c t} q_\perp,\ M = -i\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_c}}\, q_\perp^*,\ q_\perp = q_x + iq_y$$

Burada $D_\alpha\left(N^*\right)$, $D_\beta\left(M^*\right)$ - müvafiq olaraq $\hat{A}^\pm$ и $\hat{B}^\pm$ operatorları ilə bağlı sürüşmə operatorlarıdır. Nəzərə alaq ki, $\hat{H}_0$ yalnız $\hat{A}_0^\pm$-dan, $y_0 = i\sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_c}}\left(\hat{B}_0^+ - \hat{B}_0^-\right)$ isə yalnız $\hat{B}_0^\pm$-dən asılıdır. Onda asanlıqla $\hat{B}_0^\pm$ ilə mütənasib olan hədləri ayırmaq olar və sürüşmə operatorunun xassələrindən (bax: [4] işində s. 194) istifadə edərək, onları aşağıdakı şəklə salmaq olar:

$$\left[y_0, D_\beta\left(M^*\right)\right]\left[y_0, D_\beta\left(-M^*\right)\right] = -\left(\frac{\hbar q_x}{m\omega_c}\right)^2 \tag{7}$$

İnteqral altındakı funksiyanın β-dan asılı olmamasını və nümunənin ölçülərinin məhdudluğunu [1] nəzərə alaraq β üzrə inteqralı hesablayaq,

$$\sum_\beta \to \frac{L_x L_y m\omega_c}{2\pi\hbar} \tag{8}$$

$\hat{A}_0^\pm$ -dan asılı olan hədləri ayıraq:

$$\sum_\alpha \exp\left(-\gamma\hbar\omega_c\,\hat{A}_0^+\hat{A}_0^-\right)D_\alpha\left(N^*\right)\exp\left[i\omega_c\,\hat{A}_0^+\hat{A}_0^-\left(t + i\hbar\gamma'\right)\right] \tag{9}$$

$$D_\alpha\left(-N^*\right)\exp\left[-i\omega_c\,\hat{A}_0^+\,\hat{A}_0^-\left(t + i\hbar\gamma'\right)\right]$$

Son düsturda operatorları nizamlayaq və [1] işindən (30), (24) düsturlarını tətbiq edərək operatorların məxsusi qiymətlərinə keçək:

$$\sum_\alpha \to \frac{1}{\pi}\int d^2\alpha \exp\left(-N^*\alpha^* e^{i\omega_c t}T\right)\exp\left(N\alpha\, e^{-i\omega_c t}Q\right)\exp\left(-K|\alpha|^2\right) \tag{10}$$

burada

$$T = 1 - \exp\left[-i\omega_c\left(t + i\hbar\gamma'\right) - \hbar\omega_c\gamma\right],\quad Q = 1 - \exp\left[i\omega_c\left(t + i\hbar\gamma'\right)\right] \tag{11}$$

$$K = 1 - exp\left(-\hbar\omega_c\gamma\right)$$

İnteqralı α üzrə [1] işindən (25) düsuruna görə hesablamaq olar:

$$\sum_{\alpha} \to -K^{-1}\exp\left(-|N|^2 K^{-1}TQ\right) \tag{12}$$

(4), (7), (8), (12) düsturlarını nəzərə alaraq σ_{yy} üçün (2) ifadəsini aşağıdakı şəkildə yenidən yazmaq olar:

$$\sigma_{yy} = \frac{e^2}{2\pi\hbar^2}\sqrt{\frac{2\pi m}{\hbar^2\gamma}}\frac{m\omega_c}{2\pi\hbar}e^{\left(\xi-\frac{\hbar\omega_c}{2}\right)\gamma}\sum_{\vec q}|V_{\vec q}|^2\left(\frac{\hbar q_x}{m\omega_c}\right)^2 K^{-1}\int_0^\infty dt\int_0^\gamma d\gamma'\, F(t+i\hbar\gamma') \tag{13}$$

$$F(t+i\hbar\gamma') = e^{\eta q_z^2}\left[\left(N_{\vec q}+1\right)D\left(\vec q,\omega_{\vec q}\right)+N_{\vec q}D\left(-\vec q,-\omega_{\vec q}\right)\right] \tag{14}$$

$$D\left(\vec q,\omega_{\vec q}\right) = \exp\left[i\omega_{\vec q}\left(t+i\hbar\gamma'\right)\right]\exp\left(-|N|^2K^{-1}TQ\right) \tag{15}$$

(13) düsturunda $t\to -t,\ \gamma'\to\gamma-\gamma'$ əvəzləmələrini edək. Onda asanlıqla yəqin etmək olar ki,

$$\int_0^\infty dt\int_0^\gamma d\gamma' F(t+i\hbar\gamma') = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}dt\int_0^\gamma d\gamma' F(t+i\hbar\gamma') \tag{16}$$

İnteqralı γ'-ya görə hesablayaq. Kuboya [3] analoji olaraq t və γ' üzrə inteqrallamanın sırasını dəyişək, t üzrə inteqrallamanın konturunu həqiqi oxdan $\left(-\infty+i\hbar\gamma',\ +\infty+i\hbar\gamma'\right)$ oxuna keçirək və F $0\le \operatorname{Im} t\le\gamma$ oblastında analitik funksiya və $\lim\limits_{t\to\pm\infty}F(t)=0$ olmasını nəzərdə tutaraq (16)-nın əvəzinə $\frac{\gamma}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}F(t)dt$ alarıq. Onda

$$\sigma_{yy} = \frac{\gamma}{2}\frac{e^2 n}{\hbar^2}\sum_{\vec q}|V_{\vec q}|^2\left(\frac{\hbar q_x}{m\omega_c}\right)^2\int_0^\infty dt\left[F(t)+F(-t)\right] \tag{17}$$

(17) düsturunda kimyəvi potensial cırlaşmamış statistika halında elektronların n konsentrasiyası vasitəsilə ifadə edilmişdir. Hesablamaları davam etdirmək üçün səpilmənin konkret mexanizmini vermək lazımdır.

Yüksək temperaturlarda akustik fononlardan səpilməyə baxaq. Bu halda məlumdur ki, $N_{\vec q}\approx N_{\vec q}+1,\ \omega_q = qu_0,\ N_{\vec q}|V_{\vec q}|^2=\varepsilon\gamma^{-1}$, burada u_0- səsin sürəti, ε - baxılan kristalı xarakterizə edən sabitdir.

Baxılan halda elektronlar, əsasən, dalğa vektoru $q\sim q_\perp\sim\frac{1}{R}$ olan fononlarla qarşılıqlı təsirdədir, burada maqnit uzunluğu $R=\left(\frac{\hbar}{m\omega_c}\right)^{1/2}$ [5]. Onda inteqrala dq_x, dq_y üzrə daxil olan

$$\frac{\hbar q_\perp^2}{2m\omega_c K}\left(1+e^{-\hbar\omega_c\gamma}-e^{i\omega_c t}-e^{-i\omega_c t-\hbar\omega_c\gamma}\right)$$

ifadəsini

$$\frac{R^2q_\perp^2}{2}cth\frac{\hbar\omega_c\gamma}{2}-\frac{1}{2}K^{-1}\left(e^{i\omega_c t}+e^{-i\omega_c t-\hbar\omega_c\gamma}\right)$$

ifadəsi ilə əvəz etmək olar.

(3.381.4) [6] düsturundan istifadə edərək q_x, q_y, q_z üzrə cəmləri hesablayaq:

$$\int_0^\infty x^{s-1}e^{-\ell x}dx = \ell^{-s}\Gamma(s)\,,\quad \operatorname{Re}s>0,\ \operatorname{Re}\ell>0$$

$$\left.\begin{aligned} x=q_x^2\ ;s=3/2\\ x=q_y^2\ ;s=1/2\end{aligned}\right\}\quad \ell=\frac{R^2}{2}cth\left(\hbar\omega_c\gamma/2\right) \tag{18}$$

$$x=q_z^2\,;\qquad s=1/2\qquad \ell=\left(t^2-i\hbar\gamma t\right)\left(2\pi m\gamma\right)^{-1}$$

Yuxarıda göstərilən düsturları nəzərə alaraq, (17) ifadəsini yenidən yazaq:

$$\sigma_{yy} = ne^2\varepsilon(2\pi\hbar)^{-2}(2\pi m\gamma)^{1/2}\left(ct\hbar\frac{\hbar\omega_c\gamma}{2}\right)^{-2}\{\theta(t)+\theta(-t)\}, \qquad (19)$$

$$\theta(t) = \int_0^\infty \left(t^2 - i\hbar\gamma t\right)^{-1/2}\cos\frac{u_0}{R}t\cdot\exp\left[\frac{1}{2K}\left(e^{i\omega_c t}+e^{-i\omega_c t-\hbar\omega_c\gamma}\right)\right]dt$$

Kvant limitinə keçək, yəni $\hbar\omega_c\gamma >> 1$ götürək.

Daha sonra

$$\exp\left(e^{i\omega_c t}/2\right) = \sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{\exp(i\omega_c t\nu)}{2^\nu\,\nu!}$$

$\sigma_{yy} = ne^2\varepsilon(2\pi\hbar)^{-2}(2\pi m\gamma)^{1/2}\{\theta_1(t)+\theta_1(-t)\}$, ayırmasını aparaq.

ν üzrə cəmi iki toplanan şəklində yazaq, onlardan birincisi $\nu = 0$, ikincisi isə $\nu \geq 1$ olan hədlərə uyğundur. $\nu \geq 1$ olan toplananların qeyri-elastikliyini nəzərə almırıq, çünki bu, dağılmaya gətirmir.

Nəticədə alarıq:

$$\sigma_{yy} = ne^2\varepsilon(2\pi\hbar)^{-2}(2\pi m\gamma)^{1/2}\{\theta_1(t)+\theta_1(-t)\}, \qquad (20)$$

$$\theta_1(t) = \int_0^\infty dt\left(t^2 - i\hbar\gamma t\right)^{-1/2}\cos\frac{u_0}{R}t + \sum_{\nu=1}^{\infty}\left(2^\nu\,\nu!\right)^{-1}\int_0^\infty dt\left(t^2 - i\hbar\gamma t\right)^{-1/2}\cdot\exp(i\omega_c t\nu)$$

(20) inteqrallarını [7] işindəki (1.3(13)) və (2.3(12)) düsturları vasitəsilə hesablamaq olar, yəni

$$\int_0^\infty dt\frac{\cos\omega t}{\sqrt{t^2+2at}} = \frac{\pi}{2}\left[J_0(a\omega)\sin a\omega - Y_0(a\omega)\cos a\omega\right] \qquad (21)$$

$$\int_0^\infty dt\frac{\sin\omega t}{\sqrt{t^2+2at}} = \frac{\pi}{2}\left[J_0(a\omega)\cos a\omega + Y_0(a\omega)\sin a\omega\right]$$

burada J_0, Y_0 - Bessel funksiyalarıdır. Məlumdur ki [8], $|z| >> 1$ olduqda,

$$J_0(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[\cos\left(z-\frac{\pi}{4}\right)+\frac{1}{8z}\sin\left(z-\frac{\pi}{4}\right)\right]$$

$$Y_0(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi z}}\left[\sin\left(z-\frac{\pi}{4}\right)-\frac{1}{8z}\cos\left(z-\frac{\pi}{4}\right)\right] \qquad (22)$$

Buna əsaslanaraq asanlıqla göstərmək olar ki, kvant hüdudunda $\nu > 1$ olan üzvlər sıfıra yaxınlaşır. Onda (20)-nin əvəzinə alırıq:

$$\sigma_{yy} = -\pi e^2 n\varepsilon(2\pi)^{-3}\hbar^{-2}(2\pi m\gamma)^{1/2}ch(\hbar\omega_0\gamma/2)\left[Y_0\left(\frac{i\hbar\omega_0\gamma}{2}\right)+Y_0\left(-\frac{i\hbar\omega_0\gamma}{2}\right)\right], \qquad (23)$$

burada $\omega_0 = u_0/R$.

İndi nəzərə alaq ki, $\hbar\omega_0\gamma << 1$. Onda $ch(\hbar\omega_0\gamma/2) \approx 1$ və bundan başqa $|z| << 1$ olduqda, $Y_0(z) \cong -\frac{2}{\pi}\ln\frac{2}{\chi z}$, burada $\ln\chi$- Eyler sabitidir.

Nəticədə (23)-ün əvəzinə alarıq:

$$\sigma_{yy} = \frac{2e^2 n\varepsilon}{(2\pi\hbar)^2}\sqrt{\frac{2\pi m}{kT}}\ln\left(\frac{4}{\chi}\frac{kT}{\hbar\omega_0}\right) \qquad (24)$$

(24) ifadəsi σ_{yy} -in enerji təsvirində hesablanması üzrə ədəbiyyatdan məlum olan nəticə ilə uzlaşır (bax: məsələn, [5]).

Nəticə.

Beləliklə, daşıyıcıların səpilməsini nəzərə alındığı halda KH metodunun necə işləməsi göstərilib. Burada işlənmiş üsul nəinki yüksək temperaturlarda akustik fononlardan səpilməyə, həm də istənilən səpilmə mexanizminə tətbiq oluna bilər.

---

[1] *R.G. Aghayeva*. Proceeding of Third International Seminar Group Theoretical Methods in Physics, vol.2, London: Gordon and Breach, 1984, 213-222.

[2] *S. Fujita*. Introduction to Non-equilibrium Quantum Statistical Mechanics, Philadelphia-London: W.B. Saunders Company, 1966, 165.

[3] *Р. Кубо, Х. Хасегава и Н. Хашицуме*. Квантовая теория гальваномагнитных явлений. – В кн. «Вопросы квантовой теории необратимых процессов», 1961, 89-120.

[4] *Я. Перина*. Когерентность света. М.: Мир, 1974, 367.

[5] *Б.М. Аскеров*. Кинетические эффекты в полупроводниках. Л.: Наука, 1970, 303.

[6] *И.С. Градштейн и И.М. Рыжик.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971, 1108.

[7] *Г. Бейтмен и А. Эрдейи.* Таблицы интеграль-ных преобразования. М.: Наука, 1969. т. I, 343.

[8] *Ф. Эмде, Е. Янке, Ф. Леш*. Специальные функции. М.: Наука, 1977. 344.

R.G. Aghayeva

DISSIPATIVE GALVANOMAGNETIC CURRENT IN THE BASIS OF COHERENT STATES

In the coherent-state representation the diagonal component of the galvanomagnetic tensor in the transverse quantizing magnetic field has been calculated.

The scattering of carriers on acoustic phonons at high temperatures and in case of nondegenerate statistics is considered as the concrete mechanism.

Р .Г. Агаева

ДИССИПАТИВНЫЙ ГАЛЬВАНОМАГНИТНЫЙ ТОК В БАЗИСЕ КОГЕРЕНТНЫХ СОСТОЯНИЙ

В представлении когерентных состояний вычислена диагональная компонента гальваномагнитного тензора в поперечном квантую -щем магнитном поле. В качестве конкретного механизма рассмот- рено рассеяние носителей на акустических фононах при высоких температурах и в случае невырожденной статистики.

Qəbul olunma tarixi: 05.09.2016