MODİFİKASİYA OLUNMUŞ PÖŞL-TELLER POTENSİALLI YARIMKEÇİRİCİ KVANT ÇUXURUNDA ELEKTRONLARIN RELAKSASİYA PROSESLƏRİ

M.M. BABAYEV, X.B. SULTANOVA, N.B. MUSTAFAYEV
Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyası, H.M. Abdullayev adına Fizika İnstitutu,
AZ 1143, Bakı şəhəri, H.Cavid pr. 131
e-mail: mirbababababayev@yahoo.com

Pöşl-Teller potensiallı yarımkeçirici kvant çuxurunda elektronların relaksasiya prosesləri tədqiq edilmişdir. Səpici potensialların yükdaşıyıcılar tərəfindən ekranlaşması nəzərə alınmaqla elektronların aşqar ionlardan, akustik və pyezoakustik fononlardan səpilmə tezlikləri hesablanmışdır. Göstərilmişdir ki, cırlaşmış halda elektronların akustik fononlardan səpilmə tezliyinin dalğa ədədindən *(k)* asılılığı xətti asılılığa yaxındır, pyezoelektrik potensialdan səpilmə tezliyi, *k*-nın nisbətən kiçik qiymətlərində *k*-nın artması ilə artır, $k>8\cdot10^7 m^{-1}$ qiymətlərində isə bir qədər azalır, ionlardan səpilmə tezliyi temperaturdan asılı deyil, elektronların səth sıxlığı ilə düz mütənasibdir və *k*-nın artması ilə azalır.

Açar sözlər: kvant çuxuru, Pöşl-Teller potensialı, relaksasiya, səpilmə tezliyi.
PACS: 73.63.-b; 73.63.Hs

GİRİŞ.

Kvant çuxurları, kvant məftilləri, kvant nöqtələri və kvant borularının xassələrinin formalaşmasında məhdudlayıcı potensialın forması mühüm rol oynayır. Bu potensialın forması dəqiq bilinmədiyi [1] üçün müxtəlif modellərdən istifadə edilir və ən çox istifadə olunan modellər düzbucaqlı [1] və parabolik [2] potensiallardır. Bu işdə kvant çuxurunda məhdudlayıcı potensialın modeli olaraq, modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialından [3, 4] istifadə edilmişdir. Bu potensial şəklinə görə düzbucaqlı potensialla parabolik potensial arasındadır (bəzən buna deformasiya olunmuş parabolik potensial deyirlər), parabolik potensialdan fərqli olaraq 2 parametrlə təyin edilir. Ona görə də, Pöşl-Teller potensialının parametrlərini uyğun qaydada seçməklə, eksperimentə daha yaxşı uyğunlaşma əldə oluna bilər. Bu işdə Pöşl-Teller potensiallı yarımkeçirici kvant çuxurunda elektronların relaksasiya müddətləri hesablanmışdır. Səpici potensialların yükdaşıyıcıların özləri tərəfindən ekranlaşması nəzərə alınmaqla elektronların aşqar ionlardan, akustik və pyezoakustik fononlardan səpilməsi tədqiq edilmişdir.

MƏSƏLƏNİN ƏSAS TƏNLİKLƏRİ.

Əgər elektronların hərəkətinin məhdudlaşdığı istiqamət olaraq (kvant təbəqəsinə perpendikulyar istiqamət) *z* oxunu götürsək, modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialını aşağıdakı şəkildə yazmaq olar [3]:

$$U(z) = -\frac{\hbar^2\,\alpha^2}{2m}\frac{\lambda'(\lambda'-1)}{\cosh^2\alpha z}\ . \qquad (1)$$

Burada $\lambda'>1$ və α – potensialın parametrləridir. $\lambda'=\lambda+1$ əvəzləməsi aparsaq və enerjinin hesablanma başlanğıcını $(\hbar^2\alpha^2/2m)\lambda(\lambda+1)$ qədər aşağı sürüşdürsək, (1) potensialını

$$U(z) = \frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\lambda(\lambda+1)\tanh^2\alpha z, \lambda>0 \qquad (2)$$

şəklində yaza bilərik. Qalan iki istiqamətdə (*x* və *y*) hərəkət məhdudlaşmadığı üçün, (2) potensialına malik kvant çuxurunda elektronların dispersiya qanunu aşağıdakı şəkildədir:

$$\varepsilon\left(N,\lambda,k_x,k_y\right) = E_{\lambda,N} + \frac{\hbar^2\left(k_x^2+k_y^2\right)}{2m};\ E_{\lambda,N} = \frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\left[\lambda(\lambda+1)-(\lambda-N)^2\right] \qquad (3)$$

Burada m - keçirici elektronların effektiv kütləsi, k_x və k_y – elektronların $\vec{k}$ dalğa vektorunun, uyğun olaraq, x və y istiqamətində proyeksiyaları, $N = 0,1,2,\ldots$ isə enerji səviyyələrinin nömrəsidir ($N \le \lambda$).

Elektronların enerjisinin (3) qiymətlərinə uyğun dalğa funksiyaları [3] :

$$\psi_{N,\lambda,k_x,k_y}(\vec{r}) = \frac{e^{i(k_x x+k_y y)}}{\sqrt{L_x L_y L_z}}\left[\frac{\alpha(\lambda-1)\Gamma(2\lambda-N+1)}{N!}\right]^{\frac{1}{2}} P_\lambda^{N-\lambda}(\tanh\alpha z). \qquad (4)$$

Burada $L_z = L$ – kvant təbəqəsinin eni, L_x və L_y isə digər istiqamətlərdə nümunənin ölçüləri, $\vec{r}(x,y,z)$ – elektronun koordinatları, $P_\lambda^{N-\lambda}(\tanh\alpha z)$ – Lejandr funksiyalarıdır.

Kvant çuxurlarında aparılan eksperimentlərin əksəriyyətində nəticələrin analizi göstərir ki, elektronlar yalnız ən aşağı enerjili ($N = 0$) səviyyədə yerləşir [5, 6]. Pöşl-Teller potensiallı kvant çuxurunda bu o deməkdir ki, elektronların orta enerjisi $\bar{\varepsilon} < \hbar^2\alpha^2/2m$ şərtini ödəyir (cırlaşmış halda orta enerji $\bar{\varepsilon}\sim\zeta$, cırlaşmamış halda $\bar{\varepsilon}\sim k_0T$, ζ - elektron qazının kimyəvi potensialı, k_0 – Bolsman sabiti, T -temperaturdur). Biz hesablamaları

131 H.Javid ave, AZ-1143, Baku
ANAS, G.M.Abdullayev Institute of Physics
E-mail: jophphysics@gmail.com

$\lambda = 1$ qiymətində aparacağıq. Birinci səviyyədə ($N = 0$) hal sıxlığı sabit olub, düzbucaqlı və parabolik potensiallı kvant çuxurlarında olduğu kimi $g(\varepsilon) = L_x L_y m/\pi\hbar^2$.

Elektron qazının kimyəvi potensialı (ζ) onların 2-ölçülü konsentrasiyasının, yəni kvant təbəqəsi üzrə səth sıxlığının (n) ifadəsindən tapılır:

$$n = \frac{1}{L_x L_y} \sum_{N,k_x,k_y,\sigma} f_0(\varepsilon). \qquad (5)$$

Burada $$f_0(\varepsilon) = \left[1 + \exp\left(\frac{\varepsilon - \zeta}{k_0 T}\right)\right]^{-1} \qquad (6)$$

elektronların tarazlıq paylanma funksiyasıdır. Əgər k_x, k_y üzrə cəmləmədən inteqrallamaya keçsək və spinə (σ) görə cəmləmənin 2 vuruğuna gətirdiyini nəzərə alsaq, (5) ifadəsindən elektronların kimyəvi potensialını tapırıq ($\lambda = 1, N = 0$):

$$\zeta = \frac{\hbar^2\alpha^2}{2m} + k_0 T \ln\left[\exp\left(\frac{\pi\hbar^2 n}{m k_0 T}\right) - 1\right]. \qquad (7)$$

$\lambda = 1$ parametrli kvant çuxurunda ($N = 0$) səpici potensialların ekranlaşmasını ifadə edən dielektrik funksiyası üçün alırıq [7] :

$$\epsilon(q) = 1 + \frac{2me^2}{\hbar^2\chi q}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{q}{\alpha}\right)^2 PolyGamma\left(1, -1 + \frac{q}{2\alpha}\right) - \frac{4 + \left(\frac{q}{\alpha} - 1\right)\left(\frac{q}{\alpha}\right)^2}{\left(\frac{q}{\alpha} - 2\right)^2}\right\} f_0\left(\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\right). \qquad (8)$$

Burada χ – statik dielektrik nüfuzluğu, e– elementar yük, $q = |\vec{k}_2 - \vec{k}_1|$ – qarşılıqlı təsirdə olan elektronların xy müstəvisində 2-ölçülü dalğa vektorlarının fərqinin modulu, $f_0\left(\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\right)$ - ən aşağı enerjili halın ($k = 0$) elektonlar tərəfindən tutulma ehtimalıdır. Cırlaşmış elektron qazı üçün $f_0\left(\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\right) \approx 1$ və dielektrik funksiya elektronların səth sıxlığından asılı olmur.

Kvant təbəqəsi üzrə spektrin izotrop, səpilmənin isə kvazielastik olduğunu nəzərə alsaq, ikiölçülü elektron qazının müxtəlif səpilmə mexanizmlərindən relaksasiya tezliyini aşağıdakı ifadə ilə hesablamaq olar [8]:

$$\nu = \sum_{\vec{k}',\sigma'} W(\vec{k}, \vec{k}')\left(1 - \frac{\vec{k}\cdot\vec{k}'}{k^2}\right). \qquad (9)$$

Burada $W(\vec{k}, \vec{k}')$ - vahid zamanda elektronların hər hansı mexanizmdən səpilmə nəticəsində $\vec{k}$ halından $\vec{k}'$ halına keçid ehtimalıdır.

ELEKTRONLARIN AKUSTİK, PYEZOAKUSTİK FONONLARDAN VƏ AŞQAR İONLARDAN SƏPİLMƏ TEZLİKLƏRİ.

Elektronlar yalnız uzundalğalı fononlarla qarşılıqlı təsirdədir ($q < 2k$). Kvazielastiklik şərtinin ödənilməsi üçün uzundalğalı fononların enerjisi ($\hbar\omega_q = \hbar v_0 q$, v_0– səsin kristalda sürətidir) elektronların orta enerjisindən kiçik olmalıdır ($\hbar\omega_q \ll k_0 T$). Bu halda fononların paylanma funksiyasını $N_q \approx k_0 T/\hbar\omega_q$ şəklində yaza bilərik. Onda, elektronların akustik fononların deformasiya potensialından səpilmə tezliyi üçün (9) ifadəsindən alırıq:

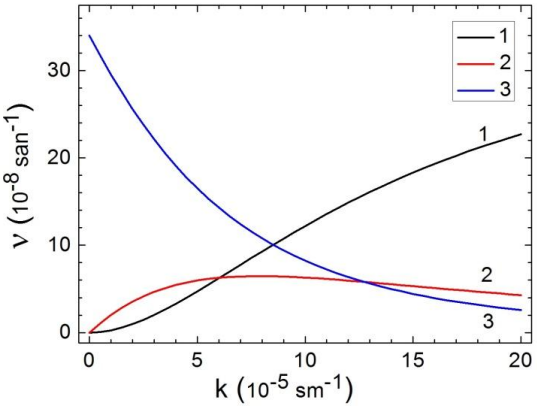
$$\nu_{ak} = \frac{4E_1^2 k_0 T\alpha m}{3\pi\rho\hbar^3 v_0^2}\int_0^1 \frac{t^2 dt}{\epsilon^2(k,t)\sqrt{1-t^2}} \ . \qquad (10)$$

Burada və sonrakı ifadələrdə $t = q/2k$ işarə edilib, E_1 – deformasiya potensialının sabiti, ρ – kristalın sıxlığıdır. Qeyd edək ki, ekranlaşma nəzərə alınmayanda ($\epsilon = 1$) akustik fononlardan səpilmə tezliyi elektronların dalğa ədədi k-dan asılı olmur və aşağıdakı şəklə düşür:

$$\nu_{ak} = \frac{E_1^2 k_0 T\alpha m}{3\rho\hbar^3 v_0^2} . \qquad (11)$$

Akustik fononlardan səpilmə tezliyinin k -dan asılılığı səpici potensialın ekranlaşmasının (dielektrik funksiyanın) hesabına əmələ gəlir. Cırlashmış elektron qazı üçün ($T = 10K$ temperaturda $n > 10^{15}\ m^{-2}$) dielektrik funksiyasında $f_0\left(\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\right) \to 1$ və relaksasiya tezlikləri elektronların səth sıxlığından asılı olmur.

$GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ kvant çuxurunda səpilmə tezliyinin elektronların dalğa ədədindən asılılığını tədqiq edək. Bu kvant çuxuru üçün: $m = 0.067m_0$ (burada m_0 – sərbəst elektronun kütləsidir), $\rho = 5.3 \cdot 10^3$ kq/m^3 , $\chi = 12.9$, $E_1 = 7.4$ eV, $e_{14} = 0.16$ C/m^2 [9]. Kvant çuxurunun enini $L = 10^{-8}$ m [5] götürək.



Şəkil 1. Elektronların akustik fononların deformasiya (1) və pyezoelektrik (2) potensiallarından (T=5K) və aşqar ionlardan (3) səpilməsində (n_i=2·10^{11}m^{-2}) səpilmə tezliyinin elektronların dalğa ədədindən asılılıq qrafikləri.

Modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialı $z \to \infty$ şərtində sabit ədədə yaxınlaşır. Bu ədədi kvant çuxurunun hündürlüyünə (Δ) bərabər götürməklə Pöşl-Teller potensialının parametri α -nı qiymətləndirmək olar:

$$\frac{\hbar^2\alpha^2}{2m}\lambda(\lambda+1)\tanh^2(\infty)=\Delta. \qquad (12)$$

$\lambda=1$ parametrli kvant çuxurunda, çuxurun hündürlüyünün $\Delta=0.1$ eV qiymətində (12) tənliyindən α=3·10^{8}m^{-1} alırıq. Ədədi hesablamalarda biz α -nın bu qiymətindən istifadə edəcəyik.

$GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ kvant çuxurunda cırlaşmış elektron qazı üçün ν_{ak} -nın k-dan asılılıq qrafiki (10) düsturu ilə hesablanmışdır (şəkil 1-də 1 əyrisi). Şəkildən göründüyü kimi, bu asılılıq xətti asılılığa yaxındır. Hesablamalar $T=5K$ temperaturunda aparılmışdır. Qeyd edək ki, (10) ifadəsinə temperatur vuruq kimi daxildir və ν_{ak} temperaturla düz mütənasibdir, deməli, cırlaşmış elektron qazı üçün, ν_{ak} -nın k-dan asılılığının şəkli bütün temperaturlarda şəkil 1-də göstərildiyi kimidir.

Elektronların akustik fononların pyezoelektrik potensialından səpilmə tezliyi üçün (9)-dan alırıq:

$$\nu_{pz}=\frac{2k_0Tm\,e^2\beta^2}{\pi\alpha\rho\hbar^3v_0^2}\int_0^1\frac{t^2dt}{\epsilon^2(k,t)\sqrt{1-t^2}}\int_0^\infty\frac{x^2}{x^2+\left(\frac{\pi kt}{\alpha}\right)^2}\,\mathrm{csch}^2\,x\,dx. \qquad (13)$$

Burada $\beta=4\pi\sqrt{0.8}\,e_{14}/\chi$ (e_{14}– pyezopotensialın parametridir). Ekranlaşmanı nəzərə almayanda k-nın artması ilə ν_{pz} monoton azalır. Ekranlaşma nəzərə alınanda, cırlaşmış elektron qazı üçün pyezoelektrik potensialdan səpilmə tezliyi, k-nın nisbətən kiçik qiymətlərində artır, $k\cong 8\cdot10^7\,m^{-1}$ qiymətində maksimum olur, sonra isə k-nın artması ilə bir qədər azalır (şəkil 1-də 2 əyrisi). Deformasiya potensialından səpilmədə olduğu kimi pyezoelektrik potensialdan səpilmədə də tezlik mütləq temperaturla düz mütənasibdir.

Hesablamalar göstərir ki, $k<6\cdot10^7$m^{-1} qiymətinə qədər akustik fononların pyezoelektrik potensialdan səpilmə tezliyi deformasiya potensialından səpilmə tezliyindən böyük olur, $k>6\cdot10^7$m^{-1} qiymətlərində isə deformasiya potensialından səpilmə (pyezoelektrik potensialdan səpilmə ilə müqayisədə) daha intensiv olur.

Elektronların aşqar ionlarından səpilmə tezliyi üçün alırıq:

$$\nu_i=\frac{4\pi\,Z^2e^4\,m\,n_i\,\alpha^2}{\chi^2\hbar^3k^2}\int_0^1\frac{dt}{\epsilon^2(k,t)\sqrt{1-t^2}}\left[\int_0^\infty e^{-2kzt}(1-\tanh^2\alpha z)dz\right]^2. \qquad (14)$$

Burada Ze və n_i , uyğun olaraq, ionların yükü və səth sıxlığıdır. Cırlaşmamış elektron qazı üçün (14) ifadəsindən alınır ki, ν_i temperaturdan asılı deyil, ionların səth sıxlığı ilə düz mütənasibdir və k-nın artması ilə azalır (şəkil 1-də 3 əyrisi).

Qeyd edək ki, şəkil 1-də elektronların aşqar ionlardan səpilmə tezliyinin qrafiki aşqar ionların çox az olduğu nisbətən "təmiz" kvant çuxurunda (ionların səth sıxlığının n_i=2·10^{11}m^{-2} qiymətində) qurulmuşdur. Bu konsentrasiya və temperaturun T = 5K qiymətində dalğa ədədinin $k\geq9\cdot10^7$m^{-1} oblastında fononlardan səpilmə üstünlük təşkil edir. İonların konsentrasiyasının böyük qiymətlərində ($n_i\geq3\cdot10^{12}$m^{-2}) isə aşağı temperaturlarda (T<20K) dalğa ədədinin bütün oblastında ionlardan səpilmə digər səpilmə mexanizmlərindən daha üstün rol oynayır.

NƏTİCƏ.

Məhdudlaşdırıcı potensialın modeli olaraq modifikasiya olunmuş Pöşl-Teller potensialı götürülən yarımkeçirici kvant çuxurunda elektronların relaksasiya müddətlərinin temperaturdan və ionların konsentrasiyasından asılılığı parabolik potensialda alınan asılılıqlardan keyfiyyətcə fərqlənmir. Həm akustik, həm də pyezoakustik fononlardan səpilmədə relaksasiya müddətləri temperaturla tərs mütənasibdir, ionlardan səpilmədə isə temperaturdan asılı deyil. Lakin məhdudlaşdırıcı potensialın forması relaksasiya müddətlərinin ədədi qiymətlərini və k-dan asılılığını dəyişdirir. Alınmış (10)-(14) ifadələri əsasında aparılmış hesablamalar göstərir ki, temperaturun T < 20K qiymətlərində nisbətən "təmiz" kvant çuxurlarında ($n_i\leq3\cdot10^{12}$m^{-2}) elektronların fononlardan və ionlardan səpilmələri rəqabət aparırlar, ionların səth sıxlığının ($n\geq3\cdot10^{12}$m^{-2}) elektronların oblastında isə ionlardan səpilmə həlledici rol oynayır. Səpici potensialların ekranlaşması relaksasiya müddətlərinin həm qiymətini, həm də k-dan asılılığını xeyli dəyişdirir.

[1] *Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн*. Электронные свойства двумерных систем. Москва, Мир, 1985, 415 стр.

[2] *F.M. Hashimzade, Kh.A. Hasanov and M.M. Babayev.* Phys. Rev. B, 73, 2006, 235349 (1-8).

[3] *S.Cruz y Cruz, S.Kuru, J.Negro.* Classical motion and coherent states for Pöschl-Teller potentials. Phys. Lett. A, 372, 2008, 1391-1405.

[4] *П.П. Костробій, І.А. Рижа.* Про одну модель тонкої електронної плівки. Вісник «Львівська Політехніка», Фізико-математичні науки, 718, 2011, 89-95.

[5] *R. Fletcher, J.C. Maan, G. Weimann.* Phys. Rev. B, 32,1985, 8477-8479.

[6] *W.E. Chickering, J.P. Eisenstein, J.L. Reno.* Phys. Rev. Lett., 103, 2009, 046807 (1-4).

[7] *M.M.Babayev, X.B.Sultanova, N.B.Mustafayev.* Fizika, v.XXII Az., 2016, n.3, 19-22.

[8] *Б.М. Аскеров.* Электронные явления переноса в полупроводниках. Москва, Наука, 1985, 318 стр.

[9] *В.Ф. Гантмахер, И.Б. Левинсон.* Рассеяние носителей тока в металлах и полупроводниках. Москва, Наука, 1984, 351 стр.

M.M. Babayev, Kh.B. Sultanova, N.B. Mustafayev

ELECTRON RELAXATION PROCESSES IN A SEMICONDUCTOR QUANTUM WELL WITH THE MODIFIED PÖSCHL-TELLER POTENTIAL

Electron relaxation processes in a semiconductor quantum well with the modified Pöschl-Teller potential are studied. Frequencies of the electron scattering by impurity ions, acoustic and piezoacoustic phonons are calculated taking into account the screening of scattering potentials by charge carriers. It is shown that for degenerated electrons scattered by acoustic phonons, the dependence of scattering frequency on electron wave number $\nu_{ac}(k)$ is almost linear one. At relatively small values of k, frequency of the scattering by piezoelectric potential increases with k increasing, then it decreases slightly when $k > 8 \cdot 10^7 m^{-1}$. Frequency of the scattering of degenerated electrons by impurity ions does not depend on temperature, is directly proportional to the surface electron density, and decreases with k increasing.

М.М. Бабаев, Х.Б. Султанова, Н.Б. Мустафаев

ПРОЦЕССЫ РЕЛАКСАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ КВАНТОВОЙ ЯМЕ С МОДИФИЦИРОВАННЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ ПЕШЛЯ-ТЕЛЛЕРА

Исследованы процессы релаксации электронов в полупроводниковой квантовой яме с модифицированным потенциалом Пешля-Теллера. С учетом экранирования потенциалов рассеяния носителями заряда рассчитаны частоты рассеяния электронов на ионах примеси, акустических и пьезоакустических фононах. Показано, что при рассеянии вырожденных электронов на акустических фононах зависимость частоты рассеяния от волнового числа электронов $\nu_{ак}(k)$ близка к линейной. Частота рассеяния на пьезоэлектрическом потенциале при сравнительно малых значениях k возрастает с ростом k, а затем немного уменьшается при значениях $k > 8 \cdot 10^7 m^{-1}$. Частота рассеяния вырожденных электронов на ионах примеси не зависит от температуры, прямо пропорциональна поверхностной плотности электронов и уменьшается с ростом k.

Qəbul olunma tarixi: 13.02.2017