

## QEYRİ-STANDART PROFİLLİ KVANT QUYUSUNDA ELEKTRON QAZININ HAL SİXLİĞİ

S.İ. ZEYNALOVA

AMEA-nın H.M.Abdullayev adına Fizika İnstitutu, Bakı: 1143, H.Cavid, 131

Bakı Dövlət Universiteti, Z.Xəlilov küç., 23, Bakı, 1048, Azərbaycan

sebine-zeynalova@mail.ru

Bu işdə potensialı  $U=U_0ctg^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant quyusunda elektronların enerji spektri üçün analitik ifadə alınmışdır. Xüsusi hallarda bu enerji spektri sonsuz dərin quyu və harmonik ossilyator modellərindəki enerji spektrlərinə keçir. Müxtəlif yarımkeçirici əsaslı kvant quyuları üçün hal sıxlığının enerjiden asılılıq əyriləri qurulmuşdur

**Açar sözlər:** kvant quyusu, enerji spektri, hal sıxlığı.

UOT:538.97; 539.23

### 1. GİRİŞ.

Hal sıxlığı funksiyasının yükdaşıyıcıların enerji spektrindən asılılığı termodinamik, optik, maqnit xassələrdə, eləcə də kinetika hadisələrində əks olunur [1-5]. Aşağıölçülü elektron sistemlərinin fiziki xassələrində hal sıxlığı funksiyası daha mühüm rol oynayır [3]. Belə ki, bu sistemlərdə yükdaşıyıcıların hərəkəti bir, iki və ya hər üç istiqamətdə kvant məhdudlanmasına məruz qaldıqda, yəni bu ölçülər yükdaşıyıcının de-Broyl dalğasının uzunluğu tərtibində olduqda, yükdaşıyıcının enerji spektri və, buna görə də, hal sıxlığı keyfiyyətcə dəyişir. Bundan başqa elə fiziki kəmiyyətlər var ki, onlar bilavasitə hal sıxlığı funksiyası ilə mütənəsis olur və tamamilə bu funksiya ilə təyin olunurlar. Bu kəmiyyətlərə misal olaraq entropiyanı, istilik tutumunu, maqnit qavrayıcılığını və s. göstərmək olar.

Hal-hazırda nanotexnologiyanın səviyyəsi müxtəlifprofilli kvant quyularının, o cümlədən, düzbucaqlı, parabolik, üçbucaqlı, eləcə də ixtiyari profilli quyuların alınmasına imkan yaradır [1, 6-8].

Təqdim olunan işdə potensialı  $U=U_0ctg^2(\pi z/L)$  profilli kvant quyusunun hal sıxlığı nəzəri tədqiq edilmişdir. Belə potensiallı kvant quyularında enerji spektri xüsusi hallarda sonsuz dərin düzbucaqlı potensial quyunun və harmonik ossilyatorun enerji spektrləri ilə üst-üstə düşür. Potensialı  $U=U_0ctg^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant çuxurunun enerji spektri üçün elektronların hal sıxlığı funksiyası tapılmış və elektron qazının enerjisindən asılılığı müəyyən edilmişdir. Bundan başqa göstərilmişdir ki, hal sıxlığı funksiyası limit hallarında sonsuz dərin quyudakı və parabolik quyudakı [8] hal sıxlığı funksiyaları ilə üst-üstə düşür. Müxtəlif yarımkeçirici əsaslı kvant quyuları üçün hal sıxlığının enerjiden asılılıq əyriləri qurulmuşdur.

### 2. ENERJİ SPEKTRİ.

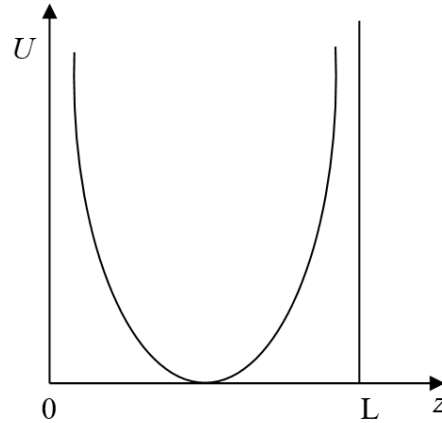
Enerji spektri

$$E_{nk_{\perp}} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m^*} + \varepsilon_n \quad (1)$$

ifadəsi ilə təyin olunan ikiölçülü elektron qazına baxaq. Burada  $k_{\perp}^2 = k_x^2 + k_y^2$  və  $(xy)$  müstəvisində

enerji kəsilməz,  $z$  oxu boyunca isə diskret qiymətlər alır.

Potensialı  $U=U_0 ctg^2(\pi z/L)$  şəklində olan kvant çuxurunda  $\varepsilon_n$  enerji spektrini tapaq. Şəkil 1-də  $U$  funksiyasının  $z$ -dən asılılığı göstərilmişdir.



Şəkil 1.  $U$  funksiyasının  $z$ -dən asılılığı.

$U=U_0ctg^2(\pi z/L)$  potensiallı kvant çuxurunda elektron üçün Şredinqer tənliyi aşağıdakı şəkli alır:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2} [\varepsilon - U_0ctg^2(\pi z/L)] \psi = 0 \quad (2)$$

Bu tənlikdə  $U_0$  potensialın minimum qiyməti,  $L$ -çuxurun enidir. Bu tənliyin həlli üçün [10]

$$\psi = \left( \sin \frac{\pi z}{L} \right)^{-2\lambda} \cdot u \quad (3)$$

əvəzləməsi edək.

$$\lambda = \frac{1}{4} \left( \sqrt{\frac{8m^* U_0 L^2}{\pi^2 \hbar^2} + 1} - 1 \right)$$

$$v = \sqrt{\frac{m^* L^2}{2\hbar^2 \pi^2} (E + U_0)}$$

olsa,  $u$  üçün

$$\frac{d^2u}{dz^2} - 4 \frac{\pi}{L} \lambda ctg \frac{\pi z}{L} \frac{du}{dz} + \frac{4\pi^2}{L^2} (v^2 - \lambda^2)u = 0 \quad (4)$$

tənliyi alınar.

İndi,  $\xi = \cos^2 \frac{\pi z}{L}$  əvəzləməsi edək. Müəyyən hesablamalardan sonra

$$\xi(1-\xi) \frac{d^2u}{d\xi^2} + \left[ \frac{1}{2} - (1-2\lambda)\xi \right] \frac{du}{d\xi} + (v^2 - \lambda^2)u = 0 \quad (5)$$

hiperhəndəsi tənliyi [10] alarıq. Bu tənliyin həllindən enerji spektri üçün aşağıdakı ifadə alınır.

$$\varepsilon_n = (n^2 + 4n\lambda - 2\lambda) \varepsilon_0 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

Burada:  $\lambda = \frac{1}{4} \left( \sqrt{1 + \frac{4U_0}{\varepsilon_0}} - 1 \right)$ ,  $\varepsilon_0 = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}$ ,  $L$  quyunun eni,  $U_0$  quyunun dərinliyidir,

(6) şəklində olan enerji spektri üçün dalğa funksiyası aşağıdakı şəkli alacaq:  
 $n$ -in tək qiymətlərinə

$$\psi = C_n \left( \sin \frac{\pi z}{L} \right)^{-2\lambda} \cdot F \left( -\frac{n}{2} - 2\lambda, \frac{n}{2}, \frac{1}{2}; \cos^2 \frac{\pi z}{L} \right) \quad (8)$$

$n$ -in cüt qiymətlərinə isə

$$\psi = C_n \left( \sin \frac{\pi z}{L} \right)^{-2\lambda} \cos \frac{\pi z}{L} \cdot F \left( -\frac{n}{2} - 2\lambda, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \cos^2 \frac{\pi z}{L} \right) \quad (9)$$

Burada  $F \left( -\frac{n}{2} - 2\lambda, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}; \cos^2 \frac{\pi z}{L} \right)$  hiperhəndəsi funksiyadır [10].

Aldığımız (6) enerji spektrindən 2 xüsusi limit halı alınır:

Kvant ədədinin ( $N$ ) çox böyük qiymətlərində, yəni  $n \gg \lambda$  olsa, (1) ifadəsi sonsuz dərin quyudakı elektron qazının enerji spektri ilə üst-üstə düşür, yəni

$$E_{nk_{\perp}} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m^*} + \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{2m^* L^2} \quad (10)$$

Əks limit halında, yəni kiçik kvant ədədləri halında ( $n \ll \lambda$ ), (1) ifadəsi parabolik kvant quyusundakı elektron qazının enerji spektri ilə üst-üstə düşür, yəni

$$E_{nk_{\perp}} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m^*} + \hbar \omega_0 \left( n - \frac{1}{2} \right) \quad (11)$$

burada,  $\omega_0 = \sqrt{2\pi^2 U_0 / m^* L^2}$ .

Görürük ki, kvant mexanikasında çoxsaylı məsələlərdə geniş istifadə olunan iki sadə spektr modeli, sonsuz dərin quyu və harmonik ossilyator modelləri (6) enerji spektrinin xüsusi hallarıdır.

Aldığımız enerji spektrindən istifadə edərək hal sıxlığını hesablayaq.

### 3. HAL SİXLİĞİ.

Hal sıxlığı aşağıdakı kimi təyin olunur:

$$g(\varepsilon) = \sum_{n, k_{\perp}} \delta(\varepsilon - \varepsilon_{n, k_{\perp}}) \quad (12)$$

(6)-nı (12)-də nəzər alıb,  $\vec{k}_{\perp}$  - a görə cəmdən inteqralla keçək. Yəni,

$$\sum_v \dots \rightarrow \sum_n \int \frac{2d\vec{k}_{\perp}}{(2\pi)^2} \dots \quad (13)$$

Burada 2-vuruğu spinə görə ikiqat cırlaşmanı nəzərə alır. Onda

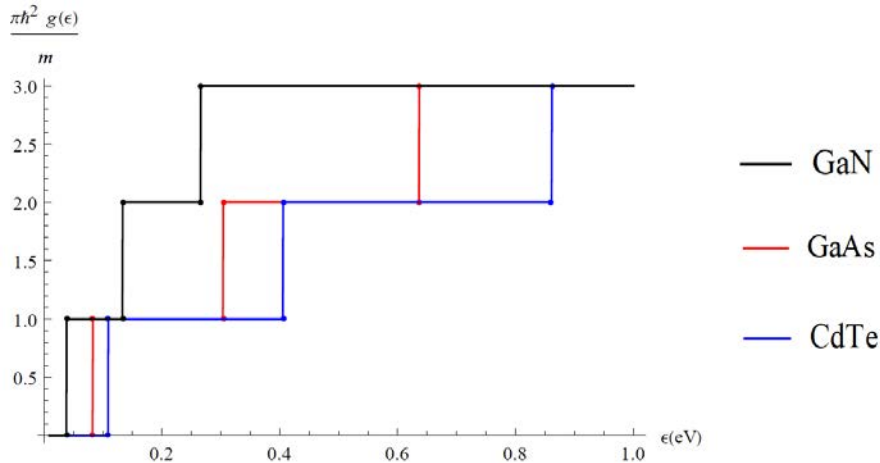
$$g(\varepsilon) = \sum_n \int \frac{2d\vec{k}_{\perp}}{(2\pi)^2} \delta(\varepsilon - \varepsilon_n) \quad (14)$$

ifadəsi ilə təyin olunur. Sadə hesablamalardan sonra verilmiş enerji spektri üçün hal sıxlığı funksiyası aşağıdakı şəkllə düşür:

$$g(\varepsilon) = \frac{m}{\pi \hbar^2} \sum_n \Theta(\varepsilon - \varepsilon_n). \quad (15)$$

Burada  $\Theta(\varepsilon - \varepsilon_n)$  - pilləvari Hevisayd funksiyasıdır və  $\varepsilon_n$  (6) şəklindədir.

Müxtəlif yarımkəçiricilər əsaslı kvant quyuları üçün hal sıxlığının enerjiden asılılıq əyriləri  $U = U_0 ctg^2(\pi z/L)$  potensiallı quyu modeli üçün şəkil 2-də göstərilmişdir.



Şəkil 2.  $U=U_0ctg^2(\pi z/L)$  potensialı kvant çuxurunun müxtəlif yarımkəçiricilər üçün hal sıxlığı funksiyasının  $g(\epsilon)$  asılılığı.

Burada, hər 3 yarımkəçirici əsaslı quyu üçün  $L=10nm$  və  $m^*=0.2m_0$  (GaN),  $m^*=0.067m_0$  (GaAs),  $m^*=0.047m_0$  (CdTe) qiymətləri götürülmüşdür. Göründüyü kimi funksiyanın qrafiki pilləvari xarakter daşıyır.

- |   |  |
|---|--|
| <p>[1] <i>Mircea Dragoman and Daniela Dragoman.</i> 2D Nanoelectronics Physics and Devices of Atomically Thin Material. Springer International Publishing AG, 2017, 210 p.</p> <p>[2] <i>L. H. Madkour.</i> Nanoelectronic Materials. Fundamentals and Applications. Springer Nature Switzerland AG, 2019, 814 p.</p> <p>[3] <i>Thomas.Ihn</i> Semiconductor Nanostructures. Quantum States and Electronic Transport. Oxford, New York, 2010, 570 p.</p> <p>[4] <i>Vijay Kumar Arora.</i> Nanoelectronics: quantum engineering of low-dimensional nanoensembles. CRC Press Taylor &amp; Francis Group Year:2013, 430 p.</p> <p>[5] <i>S.G. Tan and Mansoor B.A.Jalil.</i> Introduction to the physics of nanoelectronics. Woodhead Publishing Limited, 2012, 308 p.</p> | <p>[6] С.И. Борисенко. Физика полупроводников наноструктур. Издательство Томского политехнического университета, 2010, с.115.</p> <p>[7] С.Н. Лыков. Энергетические спектры наноструктур. Издательство Политехнического университета, Санкт-Петербург, 2008, с. 95-102.</p> <p>[8] В.Н. Неверов, А.Н. Тутов. Физика низкоразмерных систем. Нанотехнологии и перспективные материалы. Екатеринбург, 2008, с. 240.</p> <p>[9] И.И. Гольдман, В.Д. Кривченков. Сборник задач по квантовой механике. Москва, 1957, 276 с.</p> <p>[10] Г. Корн, Т. Корн. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М., Наука, 1973, 832 с.</p> |
|---|--|

S. I. Zeynalova

## DENSITY OF STATES OF ELECTRON GAS IN NON-STANDARD QUANTUM WELLS

An analytical expression is obtained for the energy spectrum and the density of states of electrons in a quantum well with the potential  $U = U_0ctg^2(\pi z / L)$ , which in limiting cases transforms into energy spectra and densities of states for models of an infinitely deep well and harmonic the oscillator. The dependence of the density of states on energy for various semiconductor quantum wells is constructed.

С.И. Зейналова

## ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА В КВАНТОВЫХ ЯМАХ С НЕСТАНДАРТНЫМ ПРОФИЛЕМ

Получено аналитическое выражение для энергетического спектра и плотности состояний электронов в квантовой яме с потенциалом  $U=U_0ctg^2(\pi z/L)$ , которое в предельных случаях переходит в энергетические спектры и плотности состояний для моделей бесконечно глубокой ямы и гармонического осциллятора. Построены зависимости плотности состояний от энергии для различных полупроводниковых квантовых ям.

Qəbul olunma tarixi: 26.02.2020