

## ELLİRSOMETRİK PARAMETRLƏR ARASINDA ( $\psi$ , $\Delta$ İLƏ $\varepsilon_1$ , $\varepsilon_2$ ) KEÇİD DÜSTURLARI

<sup>1</sup>M.H. HÜSEYNƏLİYEV, <sup>2</sup>H.S. SEYİDLİ

<sup>1</sup>Azərbaycan Elm və Təhsil Nazirliyi Təbii Ehtiyatlar İnstitutu,  
Az-7000, Naxçıvan şəhəri, H.Əliyev pr., 76.

<sup>2</sup>Azərbaycan Elm və Təhsil Nazirliyi Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti,  
Az-1000, Bakı, Ü. Hacıbəyli, 68.  
[mamedhuss@mail.ru](mailto:mamedhuss@mail.ru)

Bu işdə ellipsometrik parametrlər olan polyarizasiya bucaqlarının ( $\psi, \Delta$ ) enerjiden asılılıq əyrilərindən kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyalı hissələrinin ( $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ ) enerjiden asılılıq əyrilərinə keçid düsturları işlənmişdir.

Aldığımız bu keçid düsturları praktiki ölçmələtə tətbiq olunmuş və nəticələr müqayisə olunmuşdur. Müəyyən olunmuşdur ki,  $\psi(E), \Delta(E)$  asılılıqlarından keçid düsturları ilə hesablanmış  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları eksperimental

$\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları ilə müəyyən sabit vuruq dəqiqliyi ilə tamamilə üst-üstə düşür.

**Açar sözlər:** ellipsometriya, polyarizasiya bucaqları, kompleks dielektrik funksiyası, həqiqi hissə, xəyalı hissə, keçid düsturları, eksperimental asılılıq.

**UOT:** 537. 533. 3

### 1. Giriş

Ədəbiyyatlarda bir çox hallarda ellipsometrik asılılıqlar olaraq ya  $(\psi, \Delta)$ -nin  $E$ -dən asılılığı ya da  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ -nin  $E$ -dən asılılıqları verilir. Eləcə də ellipsometrik ölçmələrin nəticələri kimi bir çox hallarda bizə ya  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  asılılıqları, ya da  $\psi, \Delta$  asılılıqları əlimizə çatır. Beləliklə, ikili hal yaranmış olur. Bəzən əlimizdə olan ellipsometrik ölçmələri ədəbiyyatla müqayisə edə bilmirik. Çünki, məsələn ölçmələr bizə  $\psi, \Delta$  şəklində verilibsə onu ədəbiyyatlardakı  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ -lərlə müqayisə edə bilmirik, və ya əksinə. Yaxud belə bir hal da ola bilər, bilir ki, yarımkeçiricinin kritik nöqtələrini tapmaq üçün  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqlarından istifadə olunur və əgər ölçmələrin nəticələri  $\psi(E)$  və  $\Delta(E)$  olaraq verilibsə, mütləq bu kəmiyyətlərdən  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqlarına keçmək lazım gəlir. İşdə bu keçid məsələləri araşdırılır.

### 2. Əsas analitik ifadələr

Ellipsometriya düsturlarına görə kompleks əksolma əmsali- $\rho$ əksolma sisteminin polyarizasiya bucaqla-

rı adlanan  $\psi$  və  $\Delta$  ilə aşağıdakı şəkildə əlaqəlidir:

$$\rho = tg\psi e^{i\Delta}$$

Digər tərəfdən kompleks dielektrik funksiyası  $\varepsilon$  ilə  $\rho$  arasında aşağıdakı münasibət vardır: Mühitin sındırma əmsali  $N^{11} \neq 1$  olarsa onda

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left[ \frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} tg^2 \varphi_0 \sin^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 \right] \quad (1)$$

burada  $\varepsilon_0$  vakuumin dielektrik sabiti,  $\varphi_0$ - düşmə bucağıdır [1].

### 2. Keçid düsturları

Bu münasibətlərdən  $\psi, \Delta$  ilə  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  arasında keçid düsturlarını almaq olar.

Bu ifadədəki  $\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2}$  - nun açılışına baxaq.

$$\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} = \frac{(1-tg\psi e^{i\Delta})^2}{(1+tg\psi e^{i\Delta})^2} = \frac{1-2tg\psi e^{i\Delta} + tg^2\psi^2 e^{2i\Delta}}{1+2tg\psi e^{i\Delta} + tg^2\psi^2 e^{2i\Delta}}$$

$tg\psi e^{i\Delta} = tg\psi(\cos \Delta + i \sin \Delta)$  və  $tg^2\psi e^{2i\Delta} = tg^2\psi(\cos 2\Delta + i \sin 2\Delta)$  düsturlarından istifadə edərək qüvvətüstü formadan triqonometrik yazılışa keçmək olar. Onda

$$\begin{aligned} \frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} &= \frac{1-2tg\psi(\cos \Delta + i \sin \Delta) + tg^2\psi(\cos 2\Delta + i \sin 2\Delta)}{1+2tg\psi(\cos \Delta + i \sin \Delta) + tg^2\psi(\cos 2\Delta + i \sin 2\Delta)} = \\ &= \frac{1-2tg\psi \cos \Delta - 2itg\psi \sin \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta + itg^2\psi \sin 2\Delta}{1+2tg\psi \cos \Delta + 2itg\psi \sin \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta + itg^2\psi \sin 2\Delta} = \\ &= \frac{1-2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta - 2itg\psi \sin \Delta + itg^2\psi \sin 2\Delta}{1+(2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta) + i(2tg\psi \sin \Delta + tg^2\psi \sin 2\Delta)} \end{aligned} \quad (2)$$

Bu ifadədə  $1 - 2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta - 2itg\psi \sin \Delta + itg^2\psi \sin 2\Delta = Z$ ,  
 $2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta = a$ ,  $2tg\psi \sin \Delta + tg^2\psi \sin 2\Delta = byazsaq$ , onda (2) ifadəsini aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\frac{1 - 2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta - 2itg\psi \sin \Delta + itg^2\psi \sin 2\Delta}{1 + (2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi \cos 2\Delta) + i(2tg\psi \sin \Delta + tg^2\psi \sin 2\Delta)} = \frac{Z}{(1+a) + ib}$$

Məxrəcdəki kompleks ədəddən azad olmaq üçün sürət və məxrəci onun qoşmasına vuraq. Bu halda  $\frac{Z}{(1+a)+ib} = \frac{Z[(1+a)-ib]}{(1+a)^2+b^2}$  almış olarıq və nəticəni  $\frac{Z[(1+a)-ib]}{(1+a)^2+b^2} = \frac{\xi+i\theta}{M}$  şəklində yazmış olsaq  $\xi$ ,  $\theta$  və ümumilikdə məxrəc- $M$  üçün aşağıdakı ifadələri almış olacağıq:

$$\begin{aligned}\xi &= 1 + 2tg^2\psi \cos 2\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi \\ \theta &= -4(tg\psi \sin \Delta - tg^3\psi \cos \Delta \sin 2\Delta + tg^3\psi \cos 2\Delta \sin \Delta) \\ M &= 1 + 4tg\psi \cos \Delta + 2tg^2\psi \cos 2\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi \cos \Delta \cos 2\Delta + tg^4\psi + \\ &\quad + 4tg^3\psi \sin \Delta \sin 2\Delta\end{aligned}$$

Bu ifadələrdən

$$\frac{(1-\rho)^2}{(1+\rho)^2} = \frac{(1 + 2tg^2\psi \cos 2\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi) - 4i(tg\psi \sin \Delta - tg^3\psi \cos \Delta \sin 2\Delta + tg^3\psi \cos 2\Delta \sin \Delta)}{1 + 4tg\psi \cos \Delta + 2tg^2\psi \cos 2\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi \cos \Delta \cos 2\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi \sin \Delta \sin 2\Delta}$$

(1) tənliyində yerinə yazsaq

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \\ &= \varepsilon_0 \left[ \frac{(1 + 2tg^2\psi \cos 2\Delta - 4tg^2\psi + tg^4\psi)tg^2\varphi_0 \sin^2 \varphi_0}{1 + 4tg\psi \cos \Delta + 2tg^2\psi \cos 2\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi \cos \Delta \cos 2\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi \sin \Delta \sin 2\Delta} \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \psi_0 \right] \\ \varepsilon_2 &= \\ &= \varepsilon_0 \left[ \frac{-4(tg\psi \sin \Delta - tg^3\psi \cos \Delta \sin 2\Delta + tg^3\psi \cos 2\Delta \sin \Delta)(tg^2\varphi_0 \sin^2 \varphi_0)}{1 + 4tg\psi \cos \Delta + 2tg^2\psi \cos 2\Delta + 4tg^2\psi + 4tg^3\psi \cos \Delta \cos 2\Delta + tg^4\psi + 4tg^3\psi \sin \Delta \sin 2\Delta} \right]\end{aligned}$$

alarıq.

Bu məsələnin ikinci variantda həlli prosesində məsələyə  $\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2$  şəklində yanaşacağıq, yəni əvvəlcə  $\frac{1-\rho}{1+\rho}$  ifadəsini tapıb sürət və məxrəci məxrəcin qoşmasına vurub sonra kvadrata yüksəldəcəyik:

$$\begin{aligned}\frac{1-\rho}{1+\rho} &= \frac{1 - tg\psi e^{i\Delta}}{1 + tg\psi e^{i\Delta}} = \\ &= \frac{(1 - tg\psi \cos \Delta - itg\psi \sin \Delta)(1 + tg\psi \cos \Delta - itg\psi \sin \Delta)}{(1 + tg\psi \cos \Delta)^2 + tg\psi^2 \sin^2 \Delta} \\ &= \frac{1 - tg^2\psi - 2itg\psi \sin \Delta}{1 + 2tg\psi \cos \Delta + tg^2\psi}\end{aligned}$$

Bu ifadəni kvadrata yüksəltmək alarıq:

$$\left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^2 = \frac{\xi + i\theta}{M}$$

Burada

$$\begin{aligned}\xi &= 1 - 2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi \sin^2 \Delta \\ \theta &= 4 \sin \Delta (tg^3\psi - tg\psi)\end{aligned}$$

$$M = 1 + 2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi \cos \Delta + 4tg^3\psi \cos \Delta + 4tg^2\psi \cos^2 \Delta$$

Göründüyü kimi, ikinci variantdakı həlldə biz  $2\Delta$  bucaqlarından azad olmuş oluruq. Birinci variantda alınan ifadədəki ikiqat bucaqların keçid düsturlarını yerinə yazsaq hər iki variantda  $\xi, \theta$  və  $M$  -in ifadələrinin eyni olduğunu görə bilərik. Beləliklə,

$$\left( \frac{1-\rho}{1+\rho} \right)^2 = \frac{(1-2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi \sin^2 \Delta) + i \left[ 4 \sin \Delta (tg^3\psi - tg\psi) \right]}{1 + 2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi \cos \Delta + 4tg^3\psi \cos \Delta + 4tg^2\psi \cos^2 \Delta}$$

alınır.

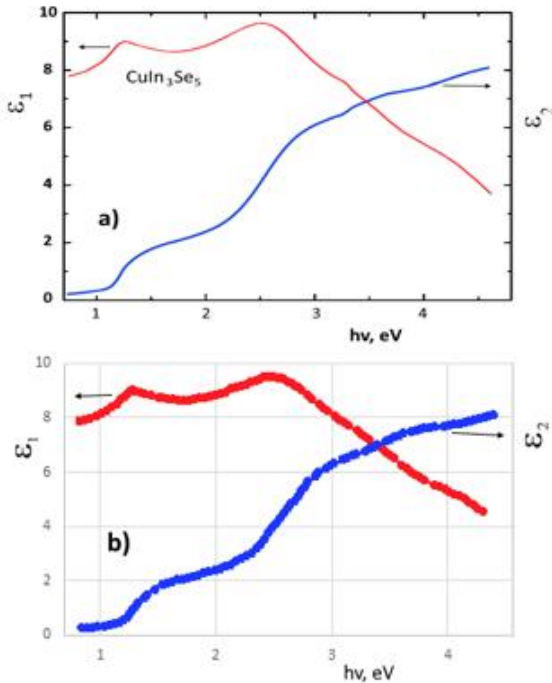
Bu ifadəni kompleks dielektrik funksiyasının (1) tənliyində yerinə qoysaq və bu tənliyi onun həqiqi  $\varepsilon_1$  və xəyali  $\varepsilon_2$  hissələri üçün ayrıca yazmış olsaq, onda aşağıdakı ifadələri almış olarıq:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_0 \left[ \frac{(1 - 2tg^2\psi + tg^4\psi - 4tg^2\psi \sin^2 \Delta)(tg^2\varphi_0 \sin^2 \varphi_0)}{1 + 2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi \cos \Delta + 4tg^3\psi \cos \Delta + 4tg^2\psi \cos^2 \Delta} + \sin^2 \varphi_0 \right]$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_0 \left[ \frac{4 \sin \Delta (tg^3\psi - tg\psi)(tg^2\varphi_0 \sin^2 \varphi_0)}{1 + 2tg^2\psi + tg^4\psi + 4tg\psi \cos \Delta + 4tg^3\psi \cos \Delta + 4tg^2\psi \cos^2 \Delta} \right]$$

### 3. Keçid düsturlarının praktiki ölçmələrə tətbiqi

Aldığımız bu keçid düsturları praktiki ölçmələrə tətbiq olunmuş, istifadə etdiyimiz ədəbiyyarlardakı  $\psi(E), \Delta(E)$  qrafikal asılılıqları rəqəmsallaşdırılaraq (dijitalaşdırılaraq) koordinat asılılıqları halına gətirilmiş, bu koordinatlar əsasında keçid düsturlarından istifadə etməklə  $\varepsilon_1(E), \varepsilon_2(E)$  asılılıqları hesablanmış və grafikləri qurularaq həmin ədəbiyyatlarda verilmiş eksperimental yolla alınmış  $\varepsilon_1(E), \varepsilon_2(E)$  asılılıqları ilə müqayisə olunmuşdur.



Şəkil 1.  $\text{CuIn}_3\text{Se}_5$  birləşməsinin eksperimental  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları (a) və  $\psi(E), \Delta(E)$  asılılıqlarından keçid düsturları ilə hesablanmış  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları (b).

Müəyyən edilmişdir ki, bu asılılıqlar sabit vuruq dəqiqliyi ilə tamamilə üst-üstə düşür. Əslində yuxarıda da qeyd olunduğu kimi,  $\varepsilon_0$  vakuumun dielektrik sabitidir və  $\varepsilon_0=1$  olduğu məlumdur, lakin keçid düsturlarında  $\varepsilon_0$  həm də sabit vuruq olaraq dəyərləndirilmişdir.

Aşağıdakı şəkildə [1] işində verilmiş  $\text{CuIn}_3\text{Se}_5$  birləşməsinin  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları ilə həmin işdə verilmiş  $\psi(E), \Delta(E)$  asılılıqlarına əsaslanaraq keçid düsturları ilə hesabladığımız  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları göstərilmişdir. Şəkildən də göründüyü kimi nəzəri hesablanmış ayrılarla eksperimental ayrılar tamamilə üst-üstə düşmüşdür. Burada sabit vuruq  $\varepsilon_0=0,62$  olmuşdur.

Daha bir neçə birləşmələr üçün də bu hesablamalar aparılmış və nəticələr aşağıdakı cədvəldə göstərilmişdir.

Birləşmə	Ədəbiyyat	$\varepsilon_0$ sabiti	$\varphi$ bucağı
$\text{CuIn}_3\text{Se}_5$	[2,7]	0,62	$65^\circ$
$\text{CuGa}_3\text{Se}_5$	[2,7]	0,62	«----»
$\text{CuIn}_5\text{Se}_8$	[3,4,5,7]	0,62	«----»
$\text{Cu}_2\text{ZnGeS}_4$	[6,7]	1	«----»
$\text{Cu}_2\text{ZnSnS}_4$	[6,7]	1	«----»
$\text{Bi}_2\text{TiO}_{20}$	[8]	1,54	«----»

Göstərilən hər bir birləşmə üçün verilmiş və  $\psi(E), \Delta(E)$  asılılıqlarına əsaslanaraq keçid düsturları ilə hesabladığımız  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqlarının sabit vuruq nəzərə alınmaqla eksperimental yolla alınan  $\varepsilon_1(E)$  və  $\varepsilon_2(E)$  asılılıqları ilə tamamilə üst-üstə düşdüyü müəyyən edilmişdir.

- [1] *H. Fujiwara*. Spectroscopic Ellipsometry Principles and Applications John Wiley & Sons 2007, 370 p.
- [2] *M. León, R. Serna, S. Levchenko, G. Gurieva, J.M.Merino, E.J. Friedrich and E. Arushanov*. Analysis of the optical properties of  $\text{Cu}(\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x)_3\text{Se}_5$  crystals, *În: J. Appl. Phys*, 2008, vol. 104, p. 093507.
- [3] *M.León, R.Serna, S.Levchenko, G.Gurieva, J.M.Merino, E.J.Friedrich, S.Lehmann, Th.Schedel-Niedrig, S.Schorr, M.Ch.Lux-Steiner and E.Arushanov*. Characterisation of  $\text{Cu}(\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x)_5\text{Se}_8$  by spectroscopic ellipsometry. *În: Phys. Stat. Sol. C*, 2009, vol. 6, № 5, p. 1078.
- [4] *S. Levchenko, L. Durán, G. Gurieva, M. I. Alonso, E. Arushanov, M. Durante*. Optical constants of  $\text{Cu}(\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x)_5\text{Se}_8$  crystals, *În: J. Appl. Phys*, 2010, vol. 107, p. 033502.
- [5] *M.León, R.Serna, S.Levchenko, G.Gurieva, J.M.Merino, E.J.Friedrich, S.Lehmann, Th.Schedel-Niedrig, S.Schorr, M.Ch.Lux-Steiner and E.Arushanov*. Characterisation of  $\text{Cu}(\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x)_5\text{Se}_8$  by spectroscopic ellipsometry. International Conference on Ternary and Multinary Compounds, Berlin, Germany, 15-19 сентября 2008, p. ID73.
- [6] *S. Levchenko, G. Gurieva, M. León, R. Serna, J. M. Merino, E.J. Friedrich, T. Shedel-Niedrig, S. Schorr, M. Lux-Steiner, A. Nateprov, E. Arushanov*. Characterisation of  $\text{Cu}_2\text{Zn}(\text{Ge},\text{Sn})\text{S}_4$  by spectroscopic ellipsometry. 4th International Conference on Materials Science and condensed Matter Physics, Chişinău, Moldova, 23-26 сентября 2008, p.91.
- [7] *Г. А Гурьева*. Оптические свойства  $\text{Cu}(\text{In}_{1-x}\text{Ga}_x)_{1+2n}\text{Se}_{2+3n}$  и  $\text{Cu}_2\text{Zn}(\text{Sn},\text{Ge})\text{S}_4$ , Диссертация на соискание учёной степени доктора физико-математических наук, 01.04.10 физика и инженерия полупроводников, Кишинёв, 2011, 136 стр.
- [8] *M. Isik, N. M. Gasanly, N. H. Darvishov and V.E.Bagiev*. Spectroscopic ellipsometry study of  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  single Crystals, *J Mater Sci: Mater Electron* (2021) 32:7019–7025

**M.H. Huseynaliyev, H.S. Seyidli**

**FORMULAS FOR TRANSITION BETWEEN ELLIPSOMETRIC PARAMETERS  
(BETWEEN  $\psi$ ,  $\Delta$  AND  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ )**

In this work formulas for the transition from polarization angle curves  $\psi(E)$  and  $\Delta(E)$  to curves of the real and imaginary parts  $\epsilon_1(E)$  and  $\epsilon_2(E)$  of the complex dielectric function, which are ellipsometric parameters, have been developed. The transition formulas we obtained were applied to experimental measurements and compared the results. It has been established that the dependences  $\epsilon_1(E)$  and  $\epsilon_2(E)$  calculated from experimental dependences  $\psi(E)$  and  $\Delta(E)$  using the transition formulas, completely coincide with the experimental dependences  $\epsilon_1(E)$  and  $\epsilon_2(E)$  with the accuracy of a constant factor.

**М.Г. Гусейналиев, Г.С. Сеидли**

**ФОРМУЛЫ ПЕРЕХОДА МЕЖДУ ЭЛЛИПСОМЕТРИЧЕСКИМИ  
ПАРАМЕТРАМИ (МЕЖДУ  $\psi$ ,  $\Delta$  И  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ )**

В данной работе разработаны формулы перехода из кривых углов поляризации  $\psi(E)$  и  $\Delta(E)$  к кривым действительной и мнимой частей  $\epsilon_1(E)$  и  $\epsilon_2(E)$  комплексной диэлектрической функции, которые являются эллипсометрическими параметрами.

Полученные нами формулы перехода были применены к экспериментальным измерениям и проведено сравнение результатов. Установлено, что зависимости  $\epsilon_1(E)$  и  $\epsilon_2(E)$  рассчитанные из экспериментальных зависимостей  $\psi(E)$  и  $\Delta(E)$  по формулам перехода полностью совпадают с экспериментальными зависимостями  $\epsilon_1(E)$  и  $\epsilon_2(E)$  с точностью постоянного множителя.

*Qəbul olunma tarixi: 24.04.2024*